تصور مقترح لبرنامج تدريبي قائم على البراعة الرياضية لمعلمي رياضيات المرحلة الابتدائية

A suggested conception of a training program based on mathematical prowess skills for primary school mathematics teachers

إعداد

د. محمد بن برجس مشعل الشهراني

أستاذ طرق تدريس الرياضيات المساعد – كلية التربية والتنمية البشرية – جامعة بيشة

DR. Mohammed Barjas Alshahrani

Assistant Professor of Mathematics Teaching Methods College of Education and Human Development, University of Bisha

تصور مقترح لبرنامج تدريبي قائم على مهارات البراعة الرياضية لمعلمي رياضيات المرحلة الابتدائية

إعداد

د. محمد بن برجس مشعل الشهراني

أستاذ طرق تدريس الرياضيات المساعد – كلية التربية والتنمية البشرية – جامعة بيشة

المستخلص: هدف البحث الحالي إلى بناء برنامج تدريبي مقترح قائم على مهارات البراعة الرياضية لمعلمي رياضيات المرحلة الابتدائية، ولتحقيق هذا الهدف اتبع الباحث المنهج الوصفي التحليلي، واقتصر على مهارات البراعة الرياضية الخمس وهي (الاستيعاب المفاهيمي، الطلاقة الإجرائية، الكفاءة الاستراتيجية، الاستدلال التكيفي، والرغبة المنتجة)، وتمثلت أدوات البحث في إعداد قائمة بمؤشرات تحقيق مهارات البراعة الرياضية المناسبة للمرحلة الابتدائية، والتي بلغت (15) مؤشراً موزعة على المهارات الخمس، وكذلك وضع تصور مقترح لبرنامج تدريبي قائم على مهارات البراعة الرياضية، وفي ضوء ذلك قدم البحث مجموعة من التوصيات والمقترحات.

الكلمات المفتاحية: برنامج تدريبي مقترح، مهارات البراعة الرياضية، المرحلة الابتدائية..

A suggested conception of a training program based on mathematical prowess skills for primary school mathematics teachers.

DR. Mohammed Barjas Alshahrani

Assistant Professor of Mathematics Teaching Methods - College of Education and Human Development - University of Bisha

Abstract: The objective of the current research is to build a proposed training program based on the skills of mathematical dexterity for primary school mathematics teachers. To achieve this goal, the researcher followed the analytical descriptive approach, and was limited to the five mathematical dexterity skills, which are (conceptual understanding, procedural fluency, strategic competence, adaptive reasoning, and productive disposition). The research tools consisted in preparing a list of indicators for achieving mathematical dexterity skills suitable for the primary stage, which amounted to (15) indicators distributed over the five skills, as well as developing a proposed conception of a training program based on mathematical dexterity skills. In light of this, the research presented a set of recommendations and proposals.

Keywords: **Suggested training program, mathematical dexterity skills, primary stage.**

المقدمة:

تعد الرياضيات عاملاً مؤثراً في التقدم والتنمية، وعنصراً حاكماً فيما يشهده العالم اليوم، وفيما هو متوقع مستقبلاً من تطورات علمية وتكنولوجية، لذلك فإن الحاجة إلى التطوير المستمر لتعليم الرياضيات تظل قائمة ومستمرة كي تتجاوب مع معطيات هذه التطورات العلمية والتكنولوجية، وحتى يتحقق النجاح في تعليم الرياضيات.

ومن خلال استقراء الأدب التربوي المعني بتطوير تعليم الرياضيات، وتعلمها يلحظ إن تطوير تعليم الرياضيات وتعلمها لتحقيق النجاح في تعليمها قد مرت بعدة تحوّلات، حيث كان النجاح في تعليم الرياضيات وتعلمها يعني في النصف الأول من القرن الماضي البراعة في استخدام الإجراءات الحسابية، ثم ظهر خلال الفترة من (1950-1960) ما عُرفَ بحركة الرياضيات الحديثة التي حددت النجاح في تعليم الرياضيات وتعلمها بفهم بنيتها وخاصة المفاهيم الموحدة في الرياضيات، مثل العدد والدالة وغيرهما، أما في فترة السبعينات من القرن العشرين الميلادي فقد ظهرت الحركة التي اقترحت العودة للمقولة التي تنطلق من إن النجاح في تعليم الرياضيات وتعلمها يعني القدرة على الحساب بدقة وسرعة، وتحول التوجه في الثمانينات إلى ما عرف برياضيات الثمانينات التي ركّزت على حل المشكلات كمحور تتمركز حوله أنشطة تعليم الرياضيات وتعلمها. ثم جاءت الحركة الإصلاحية في التسعينات والتي أكّدت على ضرورة تنمية القوة الرياضية بمكوناتها؛ الاستيعاب المفاهيمي، والمعرفة الإجرائية، وحل المشكلات (المنوفي، والمعثم، 2019).

وحديثاً في مطلع القرن الحادي والعشرين ظهر مفهوم البراعة الرياضية (Mathematical Proficiency) والذي يشمل كل جوانب الخبرة والكفاءة والمعرفة بالرياضيات كلها، وهو ما يعبّر عن المقصود بأن أي متعلم يجب أن يتعلم الرياضات بنجاح (NRC, 2001)

وقد حدد المجلس القومي للبحوث بالولايات المتحدة الأمريكية (NRC,2001) خمسة مكونات أو مهارات للبراعة الرياضية، هي:

1- الاستيعاب المفاهيمي (Conceptual Understanding): ويعني استيعاب المفاهيم والعمليات والعلاقات الرياضية.

2- الطلاقة الإجرائية (procedural fluency): وتعني القيام بالعمليات الإجرائية من خوارزميات ومهارات رياضية بمرونة ودقة وكفاءة بطريقة سليمة ملائمة للمشكلة الرياضية.

3- الكفاءة الاستراتيجية (Strategic competence): ويقصد بها القدرة على صياغة المسائل الرياضية وتمثيلها وحلها.

4- الاستدلال التكيفي (Adaptive Reasoning): ويقصد به القدرة على التفكير المنطقي والتأمل والتفسير والتبرير الملائم لحل المشكلة الرياضية.

5- الرغبة المنتجة نحو الرياضيات (productive disposition): وذلك بالنظر إلى الرياضيات على أنها واقعية ومفيدة ومجدية، وأنها مجال يعتمد على الحس ويقترن تعلمها بجد الشخص واجتهاده وكفاءته.

ومنذ إعلان NRC (2001) عن نظرته لمعنى النجاح في تعليم الرياضيات وتعلمها حظي موضوع البراعة الرياضية بعناية كبيرة لدى المختصين في تعليم الرياضيات ونال اهتماماً كبيراً لدى الهيئات والمنظمات الدولية، ومن مؤشرات ذلك اعتماد عدد من وثائق المعايير العالمية على البراعة الرياضية حيث اعتمدت عليها المعايير الأساسية المشتركة للرياضيات في أمريكا (Common Core State Standards for Mathematics [CCSSM]. أثناء تحديدها معايير الممارسات الرياضية، كما اعتمدت منظمة أكارا [ACARA] (Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority) مكونات البراعة الرياضية الأربعة الأولى عند إعدادها لمعايير منهج أستراليا، واعتبرتها أفكاراً رئيسة تصف الإجراءات التي يمكن للطلاب المشاركة فيها عند تعلم المحتوى (ACARA,2011).

ومن مظاهر الاهتمام بالبراعة الرياضية محلياً إعداد مناهج الرياضيات من خلال مواءمة سلسلة ماجروهل (McGraw Hill) العالمية في الرياضيات لجميع مراحل التعليم في المملكة العربية السعودية وإن هذه السلسلة صممت من أجل تعزيز وتنمية البراعة الرياضية لدى جميع الطلاب بمختلف مستوياتهم التعليمية (وزارة التربية والتعليم، 2009).

مشكلة البحث:

نبعت مشكلة هذا البحث من خلال ما يلي:

1- النتائج المتدنية لطلاب المملكة العربية السعودية في دورات اتجاهات الدراسة الدولية للعلوم والرياضيات The Trends in International Mathematics and Science Study(TIMSS) المتعاقبة والتي تشير نتائجها إلى الإخفاق الكبير في تعلم الرياضيات الذي يعاني منه طلاب المملكة العربية السعودية (الشمراني وآخرون، 2016)، وبينما انتقدت هيئة تقويم التعليم والتدريب النتائج وأكدت بأنها مقلقة في تقريرها (TIMSS2019). (هيئة تقويم التعليم والتدريب، 2021).

2- توصيات المؤتمر السادس لتعليم وتعلم الرياضيات والذي عُقد بجامعة أم القرى عام (2019) تحت عنوان "مستقبل تعليم الرياضيات في المملكة العربية السعودية في ضوء الاتجاهات الحديثة والتنافسية الدولية" حيث أوصى بضرورة الاهتمام بتنمية مهارات البراعة الرياضية.

3- توصيات بعض الدراسات السابقة كدراسات؛ المعثم والمنوفي (2014) والمنوفي والمعثم (2019) والملوحي (2019) والملوحي والأحمدي (2020) بضرورة قيام مسئولو تعليم الرياضيات في وزارة التعليم بتصميم دورات وبرامج تدريبية متخصصة بهدف مساعدة معلمي ومعلمات الرياضيات على تنمية مهارات البراعة الرياضية لديهم ولدى طلابهم.

4- ما أشارت إليه نتائج بعض الدراسات السابقة، كدراسات العمري (2017)، والغامدي (2017) من عدم تمكن معلمي ومعلمات الرياضيات من مكونات البراعة الرياضية وانخفاض مستوى ممارساتهم التدريسية في ضوء مكونات البراعة الرياضية.

في ضوء ما تقدم رأى الباحث ضرورة إجراء دراسة تنطلق من مفاهيم البراعة الرياضية، وتقديم برنامج تدريبي لتدريب معلمي المرحلة الابتدائية على مهارات البراعة الرياضية لكي يستطيعون تنميتها لدى طلابهم، خاصة وأنه في حدود علم الباحث لا توجد دراسة محلية تناولت هذا الموضوع بدراسة علمية.

أسئلة البحث: حاول هذا البحث الاجابة عن الأسئلة الآتية:

- ما مؤشرات مهارات البراعة الرياضية المناسبة لطبيعة المرحلة الابتدائية؟
- ما التصـــور المقترح لبرنامج تدريبي قائم على مهارات البراعة الرياضـــية لمعلمي الرياضـــيات في المرحلة الابتدائية؟

أهداف البحث:

- تحديد قائمة بمؤشـــرات مهارات البراعة الرياضـــية المناســـبة لطبيعة المرحلة الابتدائية بالرجوع إلى الأدب التربوي والدراسات السابقة ذات الصلة.
- تصـــميم تصـــور مقترح لبرنامج تدريبي قائم على مهارات البراعة الرياضـــية لمعلمي الرياضـــيات في المرحلة الابتدائية.

أهمية البحث:

- قد تفيد نتائج هذا البحث المسؤولين عن تعليم الرياضيات في تقديم برنامج تدريبي لمعلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية قائم على مهارات البراعة الرياضية.
- قد تفيد نتائج هذا البحث المســؤولين عن تصــميم مقررات الرياضــيات للمرحلة الابتدائية في تضــمين مؤشرات مهارات البراعة الرياضية المناسبة لطبيعة تلك المرحلة عند تصميمهم مقررات الرياضيات للمرحلة الابتدائية أو تطويرها.

حدود البحث: اقتصر هذا البحث على الحدود الآتية:

- تناول البحث البراعة الرياضـية بمكوناتها الخمسـة (الاسـتيعاب المفاهيمي – الطلاقة الإجرائية – الكفاءة الاستراتيجية – الاستدلال التكيفي – الرغبة المنتجة).
- تمـت إجراءات البحـث بمحـافظـة بيشـــة بالمملكـة العربيـة الســـعوديـة خلال العـام الـدراســـي (1444/1443هـ).

مصطلحات البحث:

البرنامج التدريبي المقترح:

عرّفه الطعاني (2007) بأنه: "الجهود المنظمة والمخطط لها لتزويد المتدربين بمهارات ومعارف وخبرات متجددة تستهدف إحداث تغيرات إيجابية مستمرة في خبراتهم واتجاهاتهم وسلوكهم من أجل تطوير كفايات أدائهم" (ص.14).

ويعرّفه الباحث إجرائياً بأنه: "مجموعة من المعلومات والأنشطة الرياضية على شكل وحدات تعليمية صغيرة (موديلات) لتنمية مهارات البراعة الرياضية لدى معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية".

البراعة الرياضية:

عرّفها المجلس القومي للبحوث بالولايات المتحدة الامريكية (NRC, 2001,p. 115) بأنها: (مجموعة من العمليات ومهارات التفكير والجوانب الوجدانية "الاتجاهات والميول "التي تعزز تعلم الطلاب للرياضيات، والتي تتضمن فهم المفاهيم الرياضية، وتنفيذ الإجراءات بمرونة ودقة وبشكل ملائم والقدرة على صياغة وتمثيل وحل المشكلات، باستخدام استراتيجيات التفكير المنطقي والتأملي وتبرير وتفسير الحلول ويرتبط ذلك بالفائدة والمنفعة للرياضيات في الحياة العملية).

كما يعرفها سيفين (2016) بأنها "قدرة المتعلم على استيعاب المفاهيم والعمليات الرياضية والمهارة في تنفيذ الإجراءات الرياضية بكفاءة ودقة عالية والقدرة على صياغة وتمثيل وحل المشكلات والقدرة على التفكير المنطقي والشرح والتبرير والتفسير، حتى يصل المتعلم إلى رؤية الرياضيات كمادة مفيدة وذات قيمة ويكتسب الثقة في اعتمادها، وتتضمن خمسة أبعاد هي (الفهم المفاهيمي، الطلاقة الإجرائية، الكفاءة الاستراتيجية، الاستدلال التكيفي، الميل المنتج)". (ص. 174).

وعرفتها حسن(2016) بأنها "مجموعة من العمليات ومهارات التفكير والاتجاهات والميول التي تعزز تعلم الطلاب للرياضيات التي تتضمن فهم المفاهيم الرياضية وتنفيذ الإجراءات بمرونة ودقة وبشكل ملائم والقدرة على صياغة وتمثيل وحل المشكلات باعتماد استراتيجيات التفكير المنطقي والتأملي وتبرير وتفسير الحلول، ويرتبط ذلك بالنفعية والعقلانية للرياضيات في الحياة العملية.(ص.58)

وعرفها عبيدة (2017) " بأنها قدرات المتعلم على اكتساب مهارات وأداء العمليات الرياضية وتوظيف ومعالجة هذه الخبرات لتشكيل بنائه المعرفي واعتماده في حل المشكلات وإنتاج معرفة رياضية جديدة" (ص. 28).

وعرفها زيدان (2018) بأن " البراعة ليست مجرد مجموعة من المعارف والمهارات التي يمتلكها الشخص فحسب، وإنما هي أيضاً القدرة على استخدامها في السياقات؛ لتحقيق نتائج مرغوبة" (ص.13).

ويعرفها الباحث إجرائياً بأنها: مدى تمكن المعلمين في المرحلة الابتدائية من القيام بمهارات البراعة الرياضية (الاستيعاب المفاهيمي، الطلاقة الإجرائية، الكفاءة الاستراتيجية، الاستدلال التكيفي، الرغبة المنتجة).

الإطار النظري والدراسات السابقة:

أولاً: الإطار النظري:

البراعة الرياضية:

في مطلع القرن الحادي والعشرين أجرت لجنة الدارسات في مركز التربيـــة التابع للمجلس القومي للبحوث (NRC, 2001) في الولايات المتحدة الأمريكية إلى مراجعة لـلأبحاث فـي علم النفس المعرفي وتعلم الرياضيات، وكان هدفهم هو تحلـــيل للرياضـيات التي بالإمكان تعلمها من خلال خبرة المعلمين والمتعلمين فيها مع الأخذ بالحسبان ما يحتاجه الفرد من فهم للمعرفة الرياضيـة، فخرجت لجنة التعلم الرياضيـة التي وضعت من قبل المـركز

بنظرة متكاملة، وشاملة، ومركبة لإحدى أهم نواتج تعلم الرياضيات التي تعني لأي فرد أن يتعلم الرياضيات بفاعلية ونجاح، وتشمل كل جوانب الخبرة، والكفاءة، والمعرفة بالرياضيات، والوصول الى الغاية الأساسية من تعلمها وما يجب على الرياضيات المدرسية تحقيقه وهذا ما أطلقت عليه مصطلح البراعة الرياضية (Kilpatrick et al., 2001)، وتعد مدخل معاصر لتطوير تعليم الرياضيات وأنها مرتبطة بثلاثة محاور أساسية هي: براعة المحتوى العلمي وترابطه بالنسبة للمتعلم، وبراعة المعلم في قدرته على معالجة المحتوى العلمي، بالإضافة إلى مكونات البراعة التي بالإمكان تنميتها وقياساً لدى المتعلم (philipp et al., 2010).

والبراعة الرياضية (Mathematical Proficiency) هي إحدى أهم نواتج تعلم الرياضيات، وتتألف من خمسة مكونات، وتشمل كل جوانب الخبرة والكفاءة والمعرفة بالرياضيات، وتعبر عمّا نعنيه لأي فرد "أن يتعلم الرياضيات بنجاح" (NRC,2001). وقد تباينت الكتابات العربية التي تناولت هذا المفهوم في تحديد المصطلح العربي المقابل لـ (Mathematical Proficiency)، حيث عبّرت عنه بعضها بالإتقان في الرياضيات. (بابا وبراون ، 2012) ، وعبّرت عنه أخرى بالكفاءة الرياضية، بينما اختارت بعض الأدبيات نعته بالبراعة الرياضية. (المصاروة، 2012) ، وقد اختار المعثم والمنوفي (2014) مصطلح البراعة الرياضية، لكونها الأقرب في التعبير عن المفهوم الذي يهدف إليه هذا المصطلح ومكوناته. وتجدر الإشارة إلى أن بعض الأدبيات العربية قد استخدمت مصطلح لبراعة الرياضية بشكل خاطئ للتعبير عن الذكاء المنطقي الرياضي (Logical Mathematical Inteligence)، الذي حدده جاردنر من خلال نظريته للذكاءات المتعددة في كتابه "أطر العقل" (جاردنر، 1425).

ويتبنى الباحث في هذا البحث مصطلح البراعة الرياضية كونه الأقرب في التعبير عن المفهوم الذي يهدف إليه هذا المصطلح ومكوناته، ويحقق أهداف البحث الحالي.

مكونات البراعة الرياضية:

ذكر كل من (Kilpatrick, et al, 2001; Moodly, 2008) أن البراعة الرياضية تتكوّن من خمسة مكونات، هي (الاستيعاب المفاهيمي، والطلاقة الإجرائية، والكفاءة الاستراتيجية، والاستدلال التكيفي، والرغبة المنتجة)، وأن هذه المكونات الخمسة ليست مستقلة بل متشابكة ومترابطة ولا يمكن اكتسابها أو تطويرها من خلال التركيز على واحد أو اثنين فقط من هذه المكونات؛ بل تتطور بشكل متبادل. وهذا ما أكّد عليه المجلس القومي للبحوث (NRC, 2001) من تداخل وترابط مكونات البراعة الرياضية، وأن كل واحد منها يدعم ويعزز المكونات الأخرى إذ تشجع تنمية هذه الأبعاد المتداخلة على التذكر والفهم والتحليل والتفكير الإبداعي. ويعني هذا أن مكونات البراعة الرياضية مكملة لبعضها بعضاً، ومتداخلة يجب التعامل معها جميعها.

وقد تناولت الأدبيات التربوية مكونات البراعة الرياضية الخمسة كالآتي:

1- الاستيعاب المفاهيمي (Conceptual Understanding): يقصد بالاستيعاب المفاهيمي: استيعاب المفاهيم والعمليات والعلاقات الرياضية. وهو ما يعرفه المتعلمون ويفهمونه حول مفهوم ما، بمعنى إن المتعلمين

يمكنهم استخدام خصائص هذا المفهوم وقد يشار إليه بمصطلح الأفكار الكبيرة (Chadwick, 2009)، فيما يرى ويجنز (Wiggins, 2014,p.18) أن الاستيعاب المفاهيمي هو "قدرة الطلاب على فهم الأفكار الأساسية – من خلال مساعدتهم على استخلاص الاستنتاجات حول تلك الأفكار – وإدراكهم القيمة الاسترشادية لتلك الأفكار، وبالتالي فهم أكثر قدرة على استخدامها بشكل استراتيجي لحل المشاكل – خاصة المشاكل غير الروتينية – وتجنب سوء الفهم".

ويمكن أن يظهر الاستيعاب المفاهيمي لدى المتعلم من خلال (NRC, 2001):

- استيعابه للأفكار الرياضية الأساسية من مصطلحات، ومفاهيم، وتعميمات، وعلاقات، وعمليات، وإجراءات.
- معرفته للمعلومات والخطوات بشكل متماسك ومترابط وليس كمعلومات منفصلة.
- معرفته لأهمية الفكرة الرياضية، سواءً كان ذلك في مجال العلوم الرياضية أم غيره من مجالات العلوم الاخرى، النظرية منها والتطبيقية.
- معرفته للمضمون الذي تستخدم فيه الفكرة الرياضية.
- معرفته للترابطات العديدة بين الأفكار الرياضية.
- تمكنه من تمثيل المواقف الرياضية بشكل أو رسم أو أي تمثيلات رياضية أخرى.
- تعلمه لمفاهيم رياضية أقل عدداً لكنها محورية، ومن خلال المواقف المختلفة يتوصل إلى أنماط مشتركة.
- إعادته لبناء الأفكار والطرائق من أجل حل مسائل ومواقف وإنتاج معرفة جديدة.

2- الطلاقة الإجرائية (procedural fluency): ويقصد بالطلاقة الإجرائية في الرياضيات بأنها قدرة المتعلم على تطبيق الإجراءات الرياضية من خوارزميات ومهارات رياضية بمرونة ودقة وكفاءة، وبطريقة سليمة ملائمة للموقف بهدف نقل تلك الإجراءات الرياضية إلى مشكلات وسياقات رياضية متنوعة وإنشاء أو تعديل إجراءات رياضية جديدة من إجراءات رياضية أخرى سابقة وتعرّف الاستراتيجية الرياضية أو الإجراء الرياضي الأكثر ملاءمة للتطبيق في الموقف التعليمي مقارنة مع الإجراءات الرياضية الأخرى المتاحة (السعيد،2018). كما يقصد بها المهارة في تنفيذ الإجراءات بمرونة، ودقة، وفاعلية، أي أن يكون المتعلم ذو كفاءة في استخدام العمليات الأساسية بدون الرجوع إلى جداول أو أي وسائل مساعدة (مرسال، 2019).

وهناك بعض السمات والخصائص التي يجب أن يتسم بها المتعلم الذي يمتلك الطلاقة الإجرائية وهي:

- المهارة في تنفيذ الإجراءات بمرونة ودقة.
- فهم المفاهيم والاجراءات بطريقة يمكن التنبؤ بها.
- القدرة على استعمال الخوارزميات المناسبة لإداء العمليات الحسابية.
- انجاز المهام الروتينية بكفاءة (العبيدي،2018).

3- الكفاءة الاستراتيجية (strategic competence): وتعني قدرة المتعلم على حل المسائل الرياضية وتحديد المعطيات الرياضية المهمة وتمثيلها بطرق مختلفة، واكتشاف العلاقات الرياضية، وهي تمكن المتعلم من استنباط أساليب حل جديدة بما يتناسب مع متطلبات المسألة، كما يصبح لديه مرونة في حل خطوات المسألة الرياضية وتمثيلها، أو عن طريق رسم أو كتابة معادلة، واكتشاف العلاقات الرياضية بطرق مختلفة، إما ذهنياً أو كتابياً، واختيار الاستراتيجية المناسبة لحلها (صبري، 2020).

كما يقصد بها قدرة الطلاب على صياغة المشكلات وتمثيلها، وحلها وفق خطوات واستراتيجيات محددة، والتحقق من الحل (حسين، 2019).

ومن مؤشرات الكفاءة الاستراتيجية التي يجب أن يتسم بها المتعلم هي أن:

- يصيغ ويمثل المسائل الرياضية.
- يعتمد على صيغ معروفة لحل المسائل.
- يحدد المعطيات الضرورية وتجاهل المعلومات الزائدة.
- يتحقق من الوصول إلى حالة خاصة تساعده كمدخل لحل المسألة بدلاً من الحالة العامة.
- يتمكن من توليد نماذج من المسألة الرياضية.

4- الاستدلال التكيفي (Adaptive Reasoning): يقصد به النشاط العقلي في ربط بعض المفاهيم والحقائق والإجراءات وأساليب الحلول الرياضية التي تتوافق مع حالات المشكلات الرياضية، حتى يتمكن من توليد فكرة – طريقة أو استراتيجية – تستخدم لحل مشكلة رياضية، والاستدلال التكيفي يتضمن جانبين هما: شرح العلاقة بين المفهوم وحالة المشكلة، وشرح الطريقة أو الاستراتيجيات المناسبة كحل صحيح أو تبريرها. (Schoeves et al., 2018). كما يقصد بالاستدلال التكيفي قدرة الطلاب على التأمل في المشكلات الرياضية والتفكير في حلها تفكيراً منطقياً وتفسير وتبرير الحلول التي توصلوا إليها لزملائهم (طلبة، 2018).

وفيما يلي بعض مؤشرات الاستدلال التكيفي التي يجب أن يتسم بها المتعلم، وهي أن:

- يسعى الى التفكير منطقياً حول العلاقات بين المعرفة والمواقف.
- يقدم تفسيرات وتبريرات للحلول التي يتوصل إليها.
- يوظف العلاقات المنطقية بين المفاهيم أو المواقف لشرح وتحليل الحل وتبريره.
- يضبط أي تغيير في الفروض.

5- الرغبة المنتجة (productive disposition): يُعرف المجلس القومي الأمريكي للبحوث الرغبة المنتجة نحو الرياضيات على أنها "الميل لرؤية المعنى في الرياضيات، وإدراك أنها مفيدة وتستحق الجهد في تعلمها، والاعتقاد أن الجهد والمثابرة في تعلمها هو أمر مثمر، ويؤدي إلى إدراك الفرد لذاته كمتعلم فعّال وممارس للرضيات" (NRC, 2001, 131).

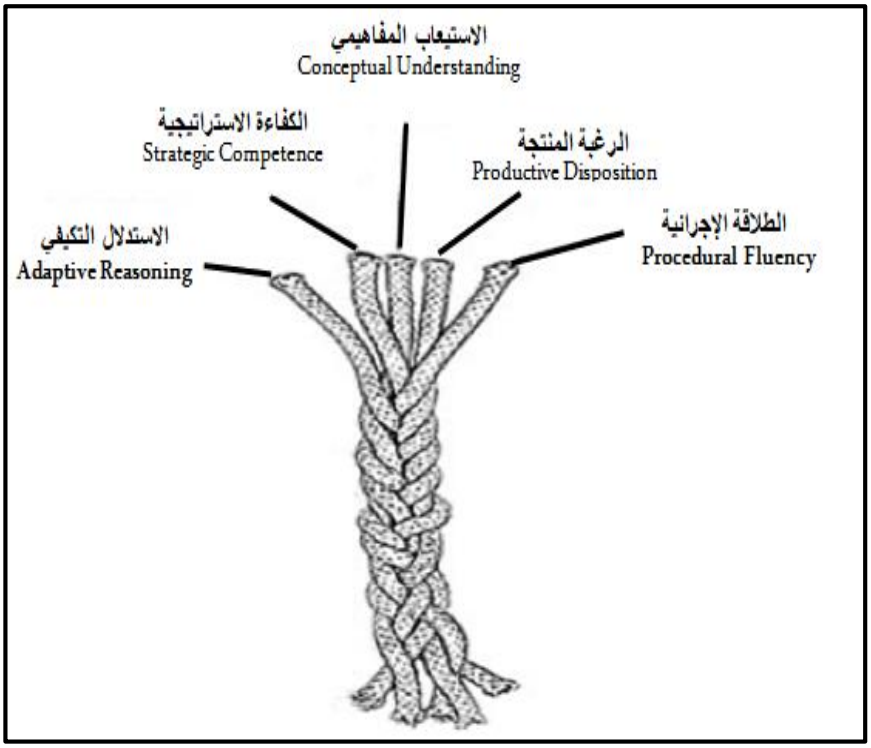
ويرى القرشي (2020) أن الرغبة الرياضية المنتجة تمثل المكون الوجداني في البراعة الرياضية، وهي ميزة من مميزاتها، وتعد مؤشراً على الاتجاهات الإيجابية لدى الطلاب نحو الرياضيات، ودافعاً لتعلمها، وربط تعلمها باستخدامها في الحياة العملية.

ومن مؤشرات الميل المنتج التي يجب أن يتصف بها المتعلم، أن:

- يدرك قيمة وطبيعة الرياضيات بالنظر إليها إنها واقعية ومفيدة.
- يلمس الإنجاز في الرياضيات كناتج للمجهود الذي يبذله.
- يكون مقتنعاً بكفاءة الفرد واجتهاده في تعلم الرياضيات.

ويوضح الشكل (1) المكونات الخمسة للبراعة الرياضية، ويظهر العلاقة والترابط فيما بينها.

الشكل (1) المكونات المتشابكة للبراعة الرياضية(Mathematical Proficiency)



المصدر (NRC, 2001, p.117)

وأوضحت (Jennifer, 2007) أن الشكل أعلاه يبيّن الطبيعة المترابطة والمتشابكة بين المكوِنات الخمسة للبراعة الرياضية، وأكدت أن كل مكونٍ يعزِز ويدعم المكوِناتِ الأخرى، وأن البراعة الرِياضية لدى الطلاب لا تتحقق إلا بِتحققِ المكوِنات الخمسة معاً، ومن ثم تتضح أهمية تدريب معلم الرياضيات عليها حتى يكون ملماً بهذه المكونات وطبيعتها ليفيد طلابه في تعلمها.

ويوضح (أبو الرايات، 2014) إلى الترابط والتداخل أو التشابك بين مكونات البراعة الخمسة فمثلاً الطلاقة الإجرائية ترتبط بالاستيعاب المفاهيمي حيث لابد من توافر مستوى معين من المهارات لتعلم المفاهيم الرياضية والعكس صحيح أي لابد من فهم المهارات والإجراءات وممارساتها بطرق صحيحة، لأن عدم وجود طلاقة إجرائية

كافية يؤدي إلى صعوبة الافكار أو حل المشكلات كذلك يرتبط تنمية الكفاءة الاستراتيجية ارتباطاً وثيقاً بالطلاقة الإجرائية، الترابط والتداخل أو العلاقة أو التشابك بين مكونات البراعة الرياضية الخمسة.

وذكر (Fennell, 2011) (نقلاً عن المنوفي والمعثم،2019) أن تدريس الرياضيات لابد وأن يتم من خلال أبعاد البراعة الرياضية، وهذا واضح من التوافق الموجود بين هذه الأبعاد وبين معايير العمليات الرياضية التي قدمها NCTM وتناظرها مع معايير الممارسات التدريسية الثمانية (Standards for Mathematical Practice) التي تضمنتها المعايير الأساسية المشتركة ومعاييرCCSS (Common Core State Standards Mathematics، كما هو موضح في الجدول التالي.

جدول (1) المعايير الأساسية للممارسة الرياضية وعلاقتها بأبعاد البراعة الرياضية

عمليات NCTM	المعايير الأساسية للممارسة الرياضية CCSS	مكونات البراعة الرياضية
حل المسألة الرياضية	تكوين معنى للمسائل، والمثابرة في حلها	البراعة الاستراتيجية
الاستدلال الرياضي	الاستدلال تجريديا وكميا	الاستدلال التكيفي
الاستدلال الرياضي	بناء حجج قابلة للتطبيق، ومناقشة استدلالات الآخرين	الاستدلال التكيفي
الترابط الرياضي	النمذجة مع الرياضيات	البراعة الاستراتيجية
التمثيل الرياضي	استخدام أدوات مناسبة استراتيجيا	الاستيعاب المفاهيمي
التواصل الرياضي	العناية بالدقة	الطلاقة الإجرائية
الترابط الرياضي	البحث عن البنية(التراكيب)، واستعمالاتها	البراعة الاستراتيجية
الاستدلال الرياضي	البحث عن الاطراد، والتعبير عنه في الاستدلال المتكرر	الاستدلال التكيفي
–	–	الرياضيات المنتجة

(المصدر: المنوفي والمعثم، ٢٠١٨)

تنمية البراعة الرياضية؟

يتطلب التدريس الفعّال لتنمية البراعة الرياضية الكثير من الجهد من كل من المعلمين والطلاب حيث إن تطوير المفاهيم والترابطات الرياضية تنمو على مر الزمن ولا تنمو في يوم واحد (Ally, 2011). ولذا يجب على المعلمين اختيار المهام الرياضية على أساس استراتيجي لمساعدة الطلاب على بناء الترابطات بين المفاهيم والعلاقات الرياضية. والفوائد الهامة الناتجة من الفهم العلاقي للرياضيات تثبت أن بذل الجهد لتنمية البراعة الرياضية ليس فقط جديراً بالاهتمام ولكنه ضروري أيضاً للارتقاء بتدريس الرياضيات (Shoenfeld, 2007)

ويذكر كوهن وبول(Cohen & Ball, 2000) أن التدريس لتنمية البراعة الرياضية لا يركز على ما يفعله المعلمون فقط؛ بل يركز أيضاً على التفاعل بين المعلم والطالب ومحتوى الرياضيات في سياق من العوامل البيئية

والموقفية ، ليس هذا فقط بل إنَّ التدريس الذي ينمي البراعة يمكن أن يأخذ عدة أســـاليب، ومع الإقرار بأنَّه لا يوجد أسلوب واحد للتدريس الفعّال الذي ينمي البراعة الرياضية إلا أن كل الأساليب يجب أن تفحص من منظور كيفية تفاعل المعلمين والطلاب والمحتوى في ســـياق واحد لإنتاج تعليم وتعلم عالي الجودة، انطلاقاً من أن جودة تعليم وتعلم الرياضيات هي دالة في المعرفة التي يمتلكها المعلمون واستخدامهم للمحتوى الرياضي، ودالة في اهتمام المعلمين بالطلاب والتعامل معهم، ودالة أيضاً في انخراط الطلاب في المهام الرياضية واستخدامهم لها. أيّ أنَّ الجودة تعتمد على الاعتماد المتبادل وتفاعل العناصر الثلاثة: المحتوى والمعلم والطلاب (المعثم والمنوفي،2014)

وأضاف المعثم والمنوفي أن الممارسات التدريسية التـــي يجـــب أن يتبعها المعلم لتنمية البراعة الرياضية لدى الطلاب تتمثل في: توظيــف المهــام الرياضية، توفير فرص التعلم، التخطيط المدروس، الدافعية والتحفيز، استخدام التقويم بفاعلية.

وأوضح عبيدة (2017) أن تنمية البراعة الرياضية يعتمد بناءً على المعرفة والمهارات لدى المعلم في كيفية بناء الاســتيعاب المفاهيمي وعملياته الرياضــية لدى الطلاب، ومن خلال التمثيلات الرياضــية باســتخدام اليدويات، حيث يقوم المعلم بتصميم أنشطة رياضية تعتمد على الاستقصاء، بالإضافة إلى مراعاة فترات للتأمل الرياضي التي تحث الطالب على قراءة مسارات تفكيره لمراجعة خطوات الحل وتعديلها، واكتشاف الأخطاء في الخوارزميات.

أساليب قياس وتقويم البراعة الرياضية:

يُعد تقييم المعرفة الرياضــية للمتعلمين جزءاً لا يتجزأ من العمل الرياضي للتدريس خلال كل فصل، ويجب أن يُظهر المعلمون إتقانًا رياضياً يمكّنهم من تقييم فهم الطلاب الرياضي. ومثل هذا التقييم مهم ليس فقط لتعرّف خطأ الطالب ولكنه مهم في تحديد مكان الطلاب رياضياً لأغراض تطوير المهام وتخطيط الدروس. ويتضــمن تقييم المعرفة الرياضـــية للطلاب أكثر بكثير من مجرد تقييم قدرة الطالب على اتباع الإجراء. بل ويجب أن يمتلك المعلمون إتقانًا رياضيًا للتدريس يساعدهم على تحديد المكونات الأساسية للمفاهيم الرياضية حتى يتمكنوا بدورهم من تقييم قدرة الطالب على استخدام الأفكار الأساسية وربطها.

ويعد تحســين تعلم المتعلمين للرياضــيات البؤرة الأكثر فائدة للتقويم الصــحيح، ولذلك ينبغي أن تكون هناك معايير ومبادئ وأساليب يُستند إليها تصف التقويم الصحيح والقوي للبراعة الرياضية فهي لا تكتفي بالاختبارات التحريرية التي يؤديها المتعلمون لمعرفة تحصيلهم في الرياضيات فالتقويم عليه أن:

1. يكون مفيداً للمتعلمين ولتعلمهم.
2. يميز قوى المتعلمين الرياضية ونقاط الضعف لديهم.
3. يركز على الفهم المفاهيمي والإجرائي الضروري لأي منهج رياضيات.
4. يعكس القدرات والعمليات الرياضية.
5. يخدم مجموعة من الأهداف والأغراض : (التشخيصية والتكوينية والتجميعية).

6. يتضمن مجموعة من الاستراتيجيات والأدوات التي تقّوم كل من عمليات ونواتج تعلم الرياضيات (بدوي، 2007).

ولا يقتصر تعليم وتعلم الرياضيات على تنمية جوانب معرفية مثل المفاهيم والقوانين والنظريات ولا تنمية الخوارزميات ومهارات إجراء عمليات رياضية في الحساب والجبر والهندسة؛ بل يمتد الأمر إلى تعليم وتعلم الرياضيات لتكوين عمليات عقلية وتنمية نزعات وجدانية إيجابية (عبيدة،2017).

وقد لخصت الشمري (2019) أساليب قياس وتقويم البراعة الرياضية في النقاط الآتية:

1. تقويم الأداء Performance assessment.
2. المهام المفتوحة Open ended tasks.
3. المهام المغلقة Closed tasks.
4. الملاحظة Observation
5. سجلات العمل Portfolio.

كما أوردت العبيدي (2018) أساليب تقويم البراعة الرياضية على النحو الآتي:

1. تقويم الأداء Performance assessment
2. المهام المفتوحة Open ended tasks.
3. اختبارات الإنجاز Completion tests
4. الملاحظة Observation.
5. المقابلة Interview.
6. سجلات العمل Portfolio.

ثانياً الدراسات السابقة:

لأهمية البراعة الرياضية في تعليم الرياضيات وتعلمها فقد تناولتها العديد من الدراسات بالبحث والتقصي، منها على سبيل المثال: دراسة خان (Khan, 2017) التي هدفت إلى معرفة مستوى مهارات البراعة الرياضية لدى طلاب المرحلة الابتدائية بترينيداد وتوباغو من دول الكاريبية، وأشارت النتائج إلى ضعف مستوى البراعة الرياضية لدى طلاب المرحلة الابتدائية، كما أجرى كل من المعثم، والمنوفى (2019) دراسة هدفا من خلالها تعرّف مستوى تمكن تلاميذ الصف الثاني المتوسط بمنطقة القصيم من أبعاد البراعة الرياضية، وتوصلت الدراسة الى عدم تمكن الطلاب من هذه الأبعاد. وأظهرت نتائج الدراسة عدم تمكن طلاب الصف الثاني متوسط في البراعة الرياضية ككل. وكما خلصت الدراسة إلى اختلاف مستوى تمكن عينة الدراسة في البراعة الرياضية ككل، كما قامت الشمري (2019) بإجراء دراسة هدفت منها الكشف عن واقع الممارسات التدريسية لدى معلمات الرياضيات بالمرحلة الابتدائية في البراعة الرياضية في مدينة الرياض، وأظهرت النتائج أن ممارسة معلمات الرياضيات في المرحلة

الابتدائية للبراعة الرياضية ككل كانت بدرجة ضعيفة، وفي ذات السياق أجرت كل من السيد، والشهري. (2019) دراسة هدفا منها تعرّف أثر برنامج تدريبي مقترح قائم على معايير المعلم المهنية الوطنية لتنمية كفايات معلمات الرياضيات المهنية بالمرحلة المتوسطة والبراعة الرياضية لدى طالبات الصف الثاني المتوسط. وأسفرت نتائج الدراسة عن وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى $0.05 \geq \alpha$)) لصالح التطبيق البعدي بالنسبة للمعلمات، ولصالح المجموعة التجريبية بالنسبة للطالبات، وكان حجم الأثر كبيراً للمتغير المستقل على الكفايات المهنية لمعلمات الرياضيات، والبراعة الرياضية لدى الطالبات.

كما استهدفت دراسة القرني (2019) التعرّف على مستوى الأداء التدريسي لمعلمات الرياضيات للمرحلة المتوسطة في ضوء متطلبات تنمية البراعة الرياضية في مكوناتها الخمسة، والكشف عما إذا كانت هناك فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط الأداء التدريسي لمعلمي الرياضيات في المرحلة المتوسطة في ضوء متطلبات تطور البراعة الرياضية بسبب برنامج تمكين. وأظهرت نتائج الدراسة عدم وجود فروق دالة إحصائياً في تنمية البراعة الرياضية. وجاء مستوى الأداء التدريسي لمعلمات الرياضيات في المرحلة المتوسطة في ضوء متطلبات تنمية البراعة الرياضية في مكوناتها الخمسة بدرجة متوسطة في كل المكونات. كما قامت كل من الملوحي والأحمدي (2020) بدراسة هدفتا من خلالها تعرّف مستوى البراعة الرياضية لدى طالبات الصف السادس الابتدائي، واظهرت النتائج تدني مستوى طالبات الصف السادس الابتدائي في البراعة الرياضية وفي مكونتها الأربعة الاستيعاب المفاهيمي الطلاقة الإجرائية والكفاءة الاستراتيجية والاستدلال التكيفي وجاء مستوى الرغبة المنتجة متوسطاً، وأجرت كل من الحربي والنصيان (2020) دراسة استهدفت من خلالها فهم الممارسات التدريسية لمعلمات الرياضيات الداعمة لتنمية الرغبة المنتجة لدى طالبات المرحلة الابتدائية. وأهم ما أسفرت عنه الدراسة من نتائج أن ممارسة معلمات الرياضيات للبراعة الرياضية جاءت بالترتيب التالي: الاستيعاب المفاهيمي بدرجة متوسطة، فيما كانت كل من الطلاقة الإجرائية والكفاءة الاستراتيجية، والاستدلال التكيفي، والرغبة المنتجة بدرجة ضعيفة، وكذلك ممارسة معلمات الرياضيات في المرحلة الابتدائية للبراعة الرياضية ككل بدرجة ضعيفة، كما توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى 0.05 في ممارسات البراعة الرياضية لدى معلمات الرياضيات بالمرحلة الابتدائية تعزى لعدد سنوات الخبرة لصالح السنوات الأعلى، وكذلك أظهرت النتائج عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى 0.05 في ممارسات (الطلاقة الإجرائية، الكفاءة الاستراتيجية، الاستدلال التكيفي، الرغبة المنتجة) لدى معلمات الرياضيات بالمرحلة الابتدائية تعزى لمتغير عدد الدورات التدريبية، مع وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى 0.05 في ممارسة الاستيعاب

المفاهيمي بين المعلمات اللاتي حصلن على (أقل من 10 دورات) وبين المعلمات اللاتي لديهن (10 دورات فأكثر) وكانت هذه الفروق لصالح المعلمات اللاتي لديهن (10 دورات فأكثر).

واستهدفت دراسة كل من المطيري والخضر (2021) تعرّف مستوى تمكن طالبات الصف الرابع الابتدائي من أبعاد البراعة الرياضية. ومدى تأثر هذا المستوى باختلاف متغيري (نوع التعليم، المدينة). وقد أظهرت نتائج الدراسة تمكُّن طالبات الصَّف الرَّابع الابتدائي من الاستيعاب المفاهيمي وعدم تمكُّنهن في (الطلاق الإجرائية، والكفاءة الاستراتيجية، والاستدلال التكيُّفي)، كل على حِدة، ومن البراعة الرياضية في الأبعاد مجتمعة، وجاء مستوى الرغبة المنتجة مرتفعاً، كما توصَّلت الدراسة إلى اختلاف مستوى تمكُّن عينة الدراسة من أبعاد البراعة الرياضية وفقاً لنوع التعليم وذلك لصالح طالبات التحفيظ، كما خلصت الدراسة إلى مستوى تمكُّن عينة الدراسة في بُعد الاستيعاب المفاهيمي وفقاً للمدينة وذلك لصالح طالبات عنيزة.

وفي السياق ذاته أجرى العتيبي (2021) دراسة هدف منها تعرّف فاعلية برنامج قائم على استخدام مكونات البراعة الرياضية لتنمية مهارات التدريس الإبداعي لدى معلمي الرياضيات في المرحلة المتوسطة بدولة الكويت. وتوصلت نتائج البحث إلى أن متوسط الأداء التدريسي لأداة بطاقة الملاحظة في مهارات التدريس الابداعي (الطلاقة والمرونة والأصالة) حققت متوسطات حسابية (2.37) و(2.57) و(2.41) على الترتيب ، وهذا يدل على توافر هذه المهارات بدرجة ضعيفة ، وهي غير كافية، وكشفت نتائج الدراسة عن وجود فرق دال إحصائياً بين متوسط استجابات عينة البحث في التطبيق (القبلي– البع دي) لبطاقة ملاحظة مهارات التدريس الابداعي لصالح التطبيق البعدي، ووجود حجم أثر للبرنامج التدريبي القائم على استخدام مكونات البراعة الرياضية على تنمية مهارات التدريس الابداعي لدى معلمي الرياضيات للمرحلة المتوسطة في الكويت بقيمة (0.642).

وقام القرشي (2020) بدراسة هدف منها تقييم الممارسات التدريسية لمعلمي الرياضيات في ضوء متطلبات تنمية الأبعاد العقلية للبراعة الرياضية لدى طلاب المرحلة المتوسطة بمحافظة الطائف. وتوصلت نتائج الدراسة إلى أن الممارسات التدريسية في ضوء متطلبات تنمية الاستيعاب المفاهيمي والكفاءة الاستراتيجية والاستدلال التكيفي جاءت بتقييم منخفض. بينما الطلاقة الإجرائية بتقييم متوسط، كما توصلت إلى أن الممارسات التدريسية في ضوء الأبعاد ككل جاءت بتقييم منخفض.

التعليق على الدراسات السابقة:

من خلال العرض السابق للدراسات السابقة يتضح أَنَّ البحث الحالي يتميز عن الدراسات السابقة في تركيزه على اقتراح برنامج تدريبي قد يساهم في تنمية مهارات البراعة الرياضية لدى معلمي رياضيات المرحلة الابتدائية.

وقد استفاد البحث الحالي من الدراسات السابقة بما يلي:

1-دعم مشكلة البحث وتجسيد أهميتها وإبراز الحاجة اليها.

2-كتابة الإطار النظري للبحث وتنظيمه.

3-اختيار المنهج المناسب لتحقيق أهداف الدراسة.

منهج البحث وإجراءاته:

منهج البحث:

لتحقيق أهداف البحث، والإجابة عن أسئلته، تبنى الباحث المنهج الوصفي التحليلي لمناسبته لطبيعة البحث.

مجتمع البحث وعينة البحث:

جميع معلمي رياضيات المرحلة الابتدائية في محافظة بيشة في المملكة العربية السعودية.

أدوات البحث:

أولاً: قائمة بمؤشرات مهارات البراعة الرياضية المناسبة لطبيعة المرحلة الابتدائية:

تم إعداد قائمة بمؤشرات مهارات البراعة الرياضية المناسبة لطبيعة المرحلة الابتدائية وذلك بعد الاطلاع على الأدبيات المعنية والدراسات السابقة التي تناولت البراعة الرياضية ومهاراتها، وتكونت القائمة من (15) مؤشراً

صدق الأداة: تم إعداد قائمة مبدئية بمؤشرات مهارات البراعة الرياضية، وتم عرضها على مجموعة من المحكمين المتخصصين في تعليم الرياضيات، وبناء على الآراء والمقترحات تم التعديل بالحذف والإضافة، وتم التوصل لقائمة بمؤشرات مهارات البراعة الرياضية المناسبة لطبيعة المرحلة الابتدائية وبلغ عددها (15) مؤشراً.

ثانياً: بناء التصور المقترح للبرنامج التدريبي:

تم إعداد التصور المقترح لبرنامج تدريبي قائم على مهارات البراعة الرياضية لمعلمي رياضيات المرحلة الابتدائية وذلك بعد الرجوع للأدبيات والدراسات السابقة التي تناولت البراعة الرياضية ومهاراتها، وفي ضوء مؤشرات مهارات البراعة الرياضية المناسبة لطبيعة المرحلة الابتدائية التي تم التوصل إليها كما سيتضح في الإجابة على سؤال البحث الثاني حيث سيتم توضيح خطوات إعداد التصور المقترح بالتفصيل.

صدق البرنامج: تم عرض البرنامج بصورته الأولية على مجموعة من المحكمين المتخصصين في تعليم الرياضيات، وبناء على مقترحاتهم تم التعديل ووضع التصور للبرنامج بصورته النهائية.

نتائج البحث ومناقشتها:

فيما يلي عرض لنتائج البحث وتفسيرها ومناقشتها وفقاً لأسئلتها.

أولاً: النتائج المتعلقة بالسؤال الأول ونصه: ما مؤشرات مهارات البراعة الرياضية المناسبة لطبيعة المرحلة الابتدائية؟

للإجابة عن هذا السؤال قام الباحث بمراجعة الكتب والمراجع المتخصصة في تعليم الرياضيات، وكذلك الدراسات السابقة، وبناءً على هذه المراجعة تم وضع قائمة مبدئية بمؤشرات مهارات البراعة الرياضية، وتم عرضها على مجموعة من المحكمين المتخصصين في تعليم الرياضيات وبعد الأخذ بمقترحات المحكمين خلص الباحث إلى قائمة بمؤشرات مهارات البراعة الرياضية المناسبة لطبيعة المرحلة الابتدائية كما هو موضح في الجدول الآتي:

جدول (2) مؤشرات مهارات البراعة الرياضية المناسبة لطبيعة المرحلة الابتدائية

	مهارات البراعة الرياضية	م	المؤشرات
أولاً	الاستيعاب المفاهيمي Conceptual Understanding	1	تعرف الإشارات والرموز والمصطلحات المستخدمة لتمثيل المفاهيم الرياضية.
		2	تحديد مفاهيم الرياضيات وتطبيقاتها.
		3	معرفة الحقائق والعلاقات الرياضية وتطبيقاتها.
		4	التمكن من مختلف التمثيلات الرياضية بأشكال ورسومات متنوعة.
ثانياً	الطلاقة الاجرائية procedural fluency	5	اتباع الإجراءات الملائمة والصحيحة في حل المسائل الرياضية.
		6	تنفيذ إجراءات حل المسائل الرياضية بمرونة ودقة وكفاءة.
		7	حل المسائل الرياضية بطريقة صحيحة وبدقة في أقل وقت ممكن، والتحقق من الحل.
		8	حل المسائل الرياضية بأكثر من استراتيجية للحل.
ثالثاً	الكفاءة الاستراتيجية strategic competence	9	تحديد المعلومات اللازمة لحل المسائل الرياضية واستبعاد المعلومات الزائدة.
		10	حل المسائل الرياضية التي تعكس مواقف واقعية من العالم الحقيقي.
رابعاً	الاستدلال التكيفي Adaptive Reasoning	11	توظيف التفكير الاستقرائي في اكتشاف العلاقات بين المفاهيم الرياضية واستنتاج التعميمات.
		12	حل المسائل الرياضية مع تقديم تفسيرات وتبريرات لهذا الحل.
خامساً	الرغبة المنتجة	13	حل المسائل الرياضية التي تؤكد حقيقة أن الرياضيات نافعة ومفيدة في الحياة اليومية.
		14	حل المسائل الرياضية التي تنمي لدى الطلاب أن الرياضيات يمكن تعلمها بالجهد والمثابرة.

productive disposition	15	حل المسائل الرياضية التي تربط بين الرياضيات ومختلف العلوم.

يتضح من جدول (2) مؤشرات مهارات البراعة الرياضية المناسبة لطبيعة المرحلة الابتدائية، ويرى الباحث أن مؤشرات البراعة الرياضة التي تم التوصل إليها والواردة في الجدول السابق تعد كافية لتنمية مهارات البراعة الرياضية لدى معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية، وقد ترجع هذه النتيجة لكون هذه المؤشرات مترابطة، حيث إن تحقيق مؤشرات الاستيعاب المفاهيمي توفر الأساس لتحقيق مؤشرات الطلاقة الإجرائية، وتحقيق مؤشرات كل من الطلاق الإجرائية والاستيعاب المفاهيمي يعززان تحقيق مؤشرات الكفاءة الاستراتيجية والاستدلال التكيفي ويطورانهما كما أن تحقيق مؤشرات الرغبة المنتجة يجعل لدى الطلاب ألفة بلغة الرياضيات ومعرفتها، وهو ما يُعد إحدى المتطلبات والسمات الأساسية للاستيعاب المفاهيمي.

كما ترجع هذه النتيجة إلى أن تحقيق هذه المؤشـــرات يحقق الفهم العميق الذي يتطلبه المتعلمون لربط أجزاء المعرفة الرياضية، ولكونها عاملاً اساسياً في تحديد ما إذا كان باستطاعتهم استخدام ما يعرفونه من معرفة رياضية بشكل مثمر في حل المشكلات الرياضية وتبريرهم لهذا الحل، كما قد ترجع هذه النتيجة أيضاً إلى أن معظم هذه المؤشـرات تركز على الطلاقة الإجرائية وليس المعرفة الإجرائية فضـلاً عن اهتمامها بالاسـتدلال كهدف يراد تمنيته وليس كعملية.

وثم عامل آخر قد ترجع إليه هذه النتيجة، وهو أن تحقيق هذه المؤشـــرات حدد عمليات الفهم وإجراء الحسابات والتطبيق والاستدلال والانخراط والمشاركة في تعلم الرياضيات، وهو ما يحقق تعلم الرياضيات بنجاح (NRC,2001)

ثانياً: النتائج المتعلقة الســـؤال الثاني ونصـــه: ما التصـــور المقترح لبرنامج تدريبي قائم على مهارات البراعة الرياضية لمعلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية؟

في ضـوء مؤشـرات أو أبعاد مهارات البراعة الرياضـية التي تم التوصـل إليها قام الباحث ببناء برنامج تدريبي مقترح يتضـــمنّ على المفاهيم، والمعلومات، والعلاقات، والمســـائل، والتطبيقات الرياضـــية المتعلّقة بمهارات البراعة الرياضية، وقد تم إعداد البرنامج التدريبي المقترح وفق ما يلي:(ملحق 1)

أولا: مقدمة البرنامج:

في ظل التقدم الهائل الذي يشهده عالم اليوم في المجالات كافة، وتفرع العلوم، وتشعبها إلا أنه لا يمكن إهمال دور الرياضيات في خدمة هذه العلوم وخدمة الأنشطة الحياتية المتنوعة إضافة إلى خدمة بعضها بعضا. فالرياضيات ميدان خصـــب للتدريب على أســـاليب التفكير الســـليمة من خلال المواقف، والمشـــكلات التي تتطلب إدراك العلاقات بين عناصـرها، والتخطيط لحلها. إن النظرة لمادة الرياضـيات بصـورة عميقة تفرض على معلميها ذلك؛ لأنها إذا درست الأسلوب التقليدي نفسه الذي قد يكون مصاحباً لمناهج الرياضيات التقليدية؛ فإنها لا تقدم إلا

القليل في بناء شخصية الطالب، نظراً لطبيعة الرياضيات وحاجتها لمدخل جديد، وأسلوب تعلم جديد (الأسطل والرشيد، 2004).

وفي إطار هذا السياق ظهر مفهوم البراعة الرياضية Mathematical Proficiency الذي تم اختياره من قبل لجنة التعليم الرياضية للبحوث التي وضعها المجلس القومي لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة الأمريكية "National Council of Teachers of Mathematics: [NCTM]" في مطلع القرن الحادي والعشرين؛ كاتجاه معاصر وحديث لتطوير تعليم وتعلم الرياضيات. وهو يعنى بالنجاح في تعليم الرياضيات المدرسية وينبغي أن تسعى إليه مناهج الرياضيات في كل منطقة. وتم وصفها في خمسة مجالات لتعليم الرياضيات، هي: (الاستيعاب المفاهيمي، والطاقة الإجرائية، والكفاءة الاستراتيجية، والاستدلال التكيفي، والرغبة المنتجة). وهي تعبّر عن متطلبات نجاح الفرد في تعلم الرياضيات. إذ حددت الطرق التي تكفل تعلّم الرياضيات لأي شخص بنجاح، والوصول إلى الهدف الرئيس الذي تسعى الرياضيات المدرسية إلى تحقيقه. وقد ظهر هذا المصطلح عام (2011) على يد (كلباترك) وآخرين؛ ليشير إلى المهارة في تنفيذ الإجراءات بمرونة ودقة عالية، واستيعاب المفاهيم، والعمليات الرياضية، وذلك من خلال التفكير المنطقي، والتأمل، والتفسير، والتبرير، وتمثيل المشكلات الرياضية التي تواجه المتعلم وصياغتها ليصل إلى أن الرياضيات مادة مفيدة، ولها قيمة، ويستخدمها بثقة تامة.

ثانياً: تعريف البرنامج التدريبي المقترح:

هو مجموعة من المعلومات والأنشطة الرياضية على شكل وحدات تعليمية صغيرة (موديولات) لتنمية مهارات البراعة الرياضية لدى معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية.

ثالثاً: فلسفة البرنامج:

من خلال اطلاع الباحث على الأدب التربوي، والدراسات السابقة ذات الصلة بموضوع الدراسة فقد لاحظ أن بعض هذه الدراسات – على حد علم الباحث– إما إنها ركّزت على تناول أحد أبعاد البراعة الرياضية، أو دراسة أثرها على التحصيل، أو أي متغيرات أُخرى في مجال الرياضيات، أو تعرف مستوى معرفة الطلاب في بعض المراحل التعليمية ببعض مكونات تلك البراعة، أما هذا البحث: فتناول تصميم برنامج في جميع مكونات البراعة الرياضة بغية أن يكون هذا البرنامج مهماً ومفيداً لمعلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية، وواضعي مناهج الرياضيات بحيث يدرك كل منهم الثمرة التي سوف نجنيها في أجيالنا إذا قمنا بالتركيز على مكونات البراعة الرياضية في مناهجنا، وفي إعداد الدروس فضلاً عن جعل الطلاب يدركون حيوية مادة الرياضيات، وأهميتها في الحياة العملية المستقبلية.

رابعاً: أسس بناء البرنامج التدريبي المقترح:

اعتمد الباحث في بناء هذا البرنامج على مبادئ أساسية تعكس أهمية البرنامج القائم على البراعة الرياضية، باعتبارها أحد الاتجاهات الحديثة في بناء مناهج الرياضيات، بهدف تنمية الاستيعاب المفاهيمي، والطلاقة

الإجرائية، والكفاءة الاستراتيجية، والاستدلال التكيفي، والرغبة المنتجة نحو الرياضيات لدى الطلاب. وقد اعتمد على ما يأتي:

1. مراعاة الاتجاهات التربوية الحديثة التي تسعى لتصميم مناهج الرياضيات وتدريسها وفق استراتيجيات وأساليب تعليمية حديثة للنهوض بمستوى تعليم الرياضيات.
2. الاهتمام العالمي والمحلي بأهمية البراعة الرياضية والدور الذي يمكن أن تؤديه للنجاح في تعليم الرياضيات وتعلمها.
3. طبيعة مادة الرياضيات في هذه المرحلة العمرية التي صممت من أجل تعزيز وتنمية البراعة الرياضية لدى جميع الطلاب في المملكة العربية السعودية.

خامساً: مبررات بناء البرنامج التدريبي المقترح:

استنادا إلى الدراسات التربوية التي اهتمت بالبراعة الرياضية لدى معلمي الرياضيات استطاع الباحث أن يحددا المبررات الآتية لتصميم هذا البرنامج:

1. مواكبة الاتجاهات الحديثة في تعليم الرياضيات ومواءمته بما يناسب معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية.
2. وجود مؤشرات دالة على ضعف معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية في توظيف أبعاد البراعة الرياضية عند تدريس الرياضيات كما كشفت ذلك نتائج بعض الدراسات السابقة.
3. تدني مستوى الطلاب في مهارات البراعة الرياضية كما أشارت إلى ذلك نتائج بعض الدراسات السابقة.
4. عدم وجود برامج لتدريب المعلمين على تنمية مهارات البراعة الرياضية في مختلف مراحل التعليم بشكل عام وفي المرحلة الابتدائية بشكل خاص، وذلك في حدود علم الباحث.

سادساً: رؤية البرنامج التدريبي المقترح:

تمكين معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية في المملكة العربية السعودية من تنمية مهارات البراعة الرياضية مما يساعدهم في تحقيق أهداف الرياضيات.

سابعاً: رسالة البرنامج:

يسعى البرنامج التدريبي المقترح لتمكين معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية بشكل إبداعي لتقديم مادة الرياضيات بصورة متميزة وبجودة عالية، وذلك من خلال تقديم أنشطة تدريبية متنوعة لتنمية مهارات البراعة الرياضية لمعلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية في الاستيعاب المفاهيمي، والطلاقة الإجرائية، والكفاءة الاستراتيجية، والاستدلال التكيفي، والرغبة المنتجة نحو الرياضيات لتحقيق الجودة والتميز في تدريس الرياضيات.

ثامناً: الأهداف العامة للبرنامج:

يهدف هذا البرنامج المقترح لتنمية مهارات البراعة الرياضية لدى معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية من خلال:

- تمكين معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية من مهارات البراعة الرياضية ممـــا يســـاعدهم في تحقيق أهداف الرياضيات.
- تنمية مهارة التقديم الإبداعي لدى معلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة بما يحقق جودة تعليم الرياضيات.
- تقديم أنشطة تدريبية متنوعة لتنمية مهارات البراعة الرياضية لدى معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية في الاستيعاب المفاهيمي، والطلاقة الإجرائية، والكفاءة الاستراتيجية، والاستدلال التكيفي، والرغبة المنتجة نحو الرياضيات لتحقيق الجودة والتميز في تدريس الرياضيات.
- تدريب معلمي المرحلة الابتدائية على تطبيق استراتيجيات البراعة الرياضية في تدريس الرياضيات.
- المساهمة في تطوير أداء معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية واستخدام استراتيجيات الحديثة التي تسهم في الارتقاء بالعملية التعليمية.
- تطبيق استراتيجيات التدريس الفعّال بما يحقق أهداف تعليم الرياضيات وفق التوجهات الحديثة.
- يمكن أن يسهم في الارتقاء بالعملية التعليمية إلى المستوى الذي يواكب متطلبات العصر في تدريب معلمي الرياضيات.
- تدريب المعلم على كفايات التدريس العملي بتقنية التدريس المصـغر على مسـتوى التخطيط والتنفيذ وتقويم التدريس.
- مساعدة المتعلم على ربط الرياضيات بالحياة من خلال توظيفها لأبعاد البراعة الرياضية في مسائل حياتية.
- اكساب معلمي الرياضيات ميولاً إيجابية نحو استراتيجية البراعة الرياضية.

تاسعاً: محتوى البرنامج التدريبي المقترح:

يعد اختيار محتوى البرنامج التدريبي وتنظيمه من أهم مراحل التخطيط، وقد روعي اختيار محتوى البرنامج التدريبي المقترح بحيث يكون مناسباً قدر الإمكان لتنميه مهارات البراعة الرياضية، واختيار المعلومات والمفاهيم الرياضية وكذا المسائل والتطبيقات الرياضية اللازمة لتنمية كل مهارة من مهارات البراعة الرياضية، وقد تم تنظيم محتوى البرنامج في صورة موديلات تعليمية لمميزاتها التربوية وخاصة تلك الميزة التي مؤداها أن الموديولات التعليمية مكتفية بذاتها Self-content، فضلاً عن أنها تتيح التدريب وفقاً لاستعدادات وقدرات المعلم، وقد تم تنظيم محتوى البرنامج التدريبي المقترح في (6) موديلات تعليمية تدريبيه؛ هي: البراعة الرياضية مفهومها، أهميتها، أبعادها. والاستيعاب المفاهيمي، والطلاقة الإجرائية، والكفاءة الاستراتيجية، والاستدلال التكيفي، والرغبة المنتجة نحو الرياضيات، وفيما يلي التصور المقترح لهذه الموديولات والتي تم تنظيمها في (6) موديولات تعليمية تدريبية:

جدول (3) تنظيم محتوى البرنامج التدريبي المقترح في (6) موديولات تعليمية تدريبية

محتوى اليوم الأول للبرنامج التدريبي المقترح (البراعة الرياضية)			
الموضوع	**أهداف الموديول**	**المحتوى التدريبي**	**الزمن**
البراعة الرياضية Mathematical Proficiency	أن يعرف البراعة الرياضية.	مفهوم البراعة الرياضية	ثلاث ساعات
	أن يذكر أهمية البراعة الرياضية.	أهمية البراعة الرياضية	
	أن يذكر أبعاد البراعة الرياضية.	أبعاد البراعة الرياضية	
	أن يشرح كل بعد من أبعاد البراعة الرياضية.		
محتوى اليوم الثاني للبرنامج التدريبي المقترح (الاستيعاب المفاهيمي)			
الموضوع	**أهداف الموديول**	**المحتوى التدريبي**	**الزمن**
الاستيعاب المفاهيمي Conceptual Understanding	أن يعرف الاستيعاب المفاهيمي	مفهومه	ثلاث ساعات
	أن يذكر الإشارات والرموز والمصطلحات لتمثيل المفاهيم الرياضية.	مؤشراته	
	أن يحدد المفاهيم الرياضيات وتطبيقاتها.	أهم الإشارات والرموز والمصطلحات	
	أن يعدد الحقائق والعلاقات الرياضية وتطبيقاتها.	أهم المفاهيم والحقائق والعلاقات	
	أن يستخدم مختلف التمثيلات الرياضية بأشكال ورسومات متنوعة في حل المسائل الرياضية	أشكال التمثيل الرياضية.	
		أمثلة ومسائل.	
محتوى اليوم الثالث للبرنامج التدريبي المقترح (الطلاقة الإجرائية)			
الموضوع	**أهداف الموديول**	**المحتوى التدريبي**	**الزمن**
	يعرف الطلاقة الإجرائية.	مفهومها.	
	يتبع الإجراءات الصحيحة في حل المسائل الرياضية.	مؤشراتها.	

الطلاقة الاجرائية procedural fluency	ينفذ إجراءات حل المسائل الرياضية بمرونة ودقة وكفاءة.	أمثلة ومسائل عليها.	ثلاث ساعات
	يحل المسائل الرياضية بطريقة صحيحة وبدقة في أقل وقت ممكن، والتحقق من الحل.		
	يحل المسائل الرياضية بأكثر من استراتيجية للحل.		

محتوى اليوم الرابع للبرنامج التدريبي المقترح (الكفاءة الاستراتيجية)

الموضوع	أهداف الموديول	المحتوى التدريبي	الزمن
الكفاءة الاستراتيجية strategic competence	يعرف الكفاءة الاستراتيجية.	مفهومها.	ثلاث ساعات
	يحدد المعلومات اللازمة لحل المسائل الرياضية واستبعاد المعلومات الزائدة.	مؤشراتها.	
	يحل المسائل الرياضية التي تعكس مواقف واقعية من العالم الحقيقي.	أمثلة ومسائل عليها.	

محتوى اليوم الخامس للبرنامج التدريبي المقترح (الاستدلال التكيفي)

الموضوع	أهداف الموديول	المحتوى التدريبي	الزمن
الاستدلال التكيفي Adaptive Reasoning	يعرف الاستدلال (المنطق) التكيفي	مفهومه.	ثلاث ساعات
	يوظف التفكير الاستقرائي في اكتشاف العلاقات بين المفاهيم الرياضية واستنتاج التعميمات.	مؤشراته.	
	يحل المسائل الرياضية مع تقديم تفسيرات وتبريرات لهذا الحل.	أمثلة ومسائل عليه.	

محتوى اليوم السادس للبرنامج التدريبي المقترح (الرغبة المنتجة)

الموضوع	أهداف الموديول	المحتوى التدريبي	الزمن
	أن يعرف الرغبة المنتجة.	مفهومها.	

الرغبة المنتجة productive disposition	أن يذكر مسائل رياضية تؤكد أن الرياضيات نافعة ومفيدة في الحياة اليومية.	مؤشراتها	ثلاث ساعات
	أن يحل مسائل رياضية تؤكد أن الرياضيات نافعة ومفيدة في الحياة اليومية.	أمثلة ومسائل عليها.	
	أن يحل المسائل الرياضية التي تربط بين الرياضيات ومختلف العلوم.		
	أن يحل مسائل رياضية التي تنمي لدى الطلاب أن الرياضيات يمكن تعلمها بالجهد والمثابرة.		
	أن يذكر مسائل رياضية التي تنمي لدى الطلاب أن الرياضيات يمكن تعلمها بالجهد والمثابرة.		
	أن يعطي مسائل رياضية تربط بين الرياضيات ومختلف العلوم.		

ويرى الباحث أن البرنامج المقترح قد يعد كافياً لتدريب معلمي رياضيات المرحلة الابتدائية على تنمية مهارات البراعة الرياضية لدى طلابهم، حيث إن هذا البرنامج قد تم في ضوء مجموعة من المؤشرات التي أقر مجموعة من السادة المحكمون المتخصصون في تعليم الرياضيات أن هذه المؤشرات هي الأنسب لتنمية مهارات البراعة الرياضية لدى معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية، فضلاً عن أنها تمثل أهم المبادئ والمفاهيم والمعلومات والحقائق الرياضية التي يمكن من خلالها تنمية مهارات الرياضية في تلك المرحلة. كما قد ترجع كفاية البرنامج المقترح لتنمية مهارات البراعة الرياضية لدى معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية إلى أن هذا البرنامج قد تناول في تصميمه جميع مكونات أو مهارات البراعة الرياضية استناداً لما أشار إليه (NRC, 2001) من وجود تداخل وترابط بين مكونات أو مهارات البراعة الرياضية الخمسة، وأن تعلم أي منها يدعم ويعزز تعلم باقي المكونات او المهارات، هذا من ناحية ومن ناحية أخرى نظراً لاعتماد عدد من وثائق المعايير العالمية مثل Core State Standards for Mathematics [CCSSM]) ومنظمه أكارا ([ACARA] Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority) على المكونات او المهارات الخمسة للبراعة الرياضية أثناء تحديدها معايير الممارسات الرياضية واعتبرتها أفكاراً رئيسية تصف الاجراءات التي يمكن من خلالها تعلم محتوى الرياضيات (ACARA, 2011).

وثم عامل أخر قد يرجع إليه إمكانية تنمية مهارات البراعة الرياضية لدى معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية من خلال البرنامج المقترح وهو أن طرق واستراتيجيات التدريس المقترحة برنامج في هذا البرنامج – مثل خرائط المفاهيم، ومحادثات العدد (**Number Talks**)، والموديولات، والحقائب التعليمية ونظام التعليم الشخص

لكيلر، واستراتيجيات حل المسالة، ومختلف طرق واستراتيجيات التعلم الذاتي تجعل المتعلمين / المتدربين على ألفة بلغة الرياضيات، وتتيح لهم التدريب والتعلم باستقلالية، وتوفر لهم فرص تعلم مهام رياضية ذات معنى ودلالة بالنسبة لهم، وهو ما يعزز تنمية مهارات البراعة الرياضية.

التوصيات والدراسات المستقبلية:

في ضوء الإطار النظري للبحث ونتائجه يوصي الباحث بما يلي:

1- تصميم وتنفيذ برامج للتنمية المهنية تُعنى بتنمية مهارات البراعة الرياضية لدى معلمي الرياضيات في مختلف المراحل التعليمية بصفة عامة وفي المرحلة الابتدائية على وجه الخصوص.

2 – استخدام طرق واستراتيجيات تدريس غير تقليديه لتنمية جميع مكونات أو مهارات البراعة الرياضية.

3 – تُبنى أدوات تقويم غير تقليدية يمكن من خلالها قياس مدى توافر مهارات البراعة الرياضية لدى كل من الطلاب والمعلمين.

4 – تُبني المسؤولون عن تعليم الرياضيات هدف تنمية البراعة الرياضية وتوجيه جميع الممارسات التدريسية والتدريبية لتعزيزه وتنميته لدى كل من الطلاب والمعلمين.

في مجال الدراسات المستقبلية يقترح الباحث:

أ- تجريب البرنامج المقترح لقياس فاعليته في تنمية مهارات البراعة الرياضية لدى معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية.

ب- اجراء دراسة لمعرفة مدى إدراك معلمي الرياضيات بمختلف المراحل التعليمية لمهارات البراعة الرياضية.

المراجع العربية:

أبو الرايات، علاء المرسي. (2014). فعالية استخدام نموذج أبعاد التعلم لمارزانو في تدريس الرياضيات على تنمية الكفاءة الرياضية لدى طلاب المرحلة الإعدادية. *مجلة تربويات الرياضيات*، مصر، *4*(17). 53 -104.

الأسطل، إبراهيم حامد، والرشيد، سمير عيسى. (2004). كفاية التخطيط الدراسي لدى معلمي الرياضيات في إمارة أبو ظبي بدولة الإمارات العربية المتحدة (دراسة تقويمية)، *المجلة التربوية، مجلس النشر العلمي*، جامعة الكويت، *18* (70)، 72 – 113.

بابا، روز ماري، وبراون ريك (2012). المواصفات التربوية والفنية لسلسلة ماجروهل في الرياضيات، بحوث حول سلسلة ماجروهل (ترجمه ومواءمة العبيكان للتعليم). الرياض: شركه العبيكان للأبحاث والتطوير.

بدوي، رمضان مسعد (2007). *تدريس الرياضيات الفعال (من رياض الاطفال حتى السادس الابتدائي)*. دار الفكر ناشرون وموزعون، عمّان.

جاردنر، هوارد (1425). *أطر العقل نظرية: الذكاءات المتعددة*، (ترجمة محمد الجيوسي). الرياض: مكتب التربية لدول الخليج. (العمل الأصلي نشر في عام 1993، ط2).

الحربي، آمنة بنت سعد، والنصيان، عبد الرحمن بن محمد. (2020). الممارسات التدريسية لمعلمات الرياضيات الداعمة لتنمية الرغبة المنتجة لدى طالبات المرحلة الابتدائية. *مجلة تربويات الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات*، *23*(2)، 128 – 161.

حسن، شيماء محمد. (2016). فاعلية برنامج قائم على استراتيجيات التدريس المتمايز في تنمية الكفاءة الرياضية لدى طلاب المرحلة الثانوية. *مجلة تربويات الرياضيات*، مصر، *19* (5)، 51-102.

حسين، إبراهيم التونسي. (2019). فاعلية نموذج الفورمات (4MAT)في تدريس الرياضيات على تنمية البراعة الرياضية لدى الطلاب المرحلة الابتدائية. مجلة تربويات الرياضيات. مصر، 22(5). ج2. 16-78.

زيدان، أسامة حسن عبد الوهاب. (2018). فاعلية برنامج مقترح قائم على البراعة الرياضية في اكتساب المفاهيم والتفكير الرياضي لدى طلاب الصف السابع الأساسي بغزة [رسالة ماجستير غير منشورة]. الجامعة الإسلامية، غزة فلسطين.

السعيد، رضا مسعد (2018، 16 يوليو). *البراعة الرياضية: مفهومها ومكوناتها وطرق تنميتها*. المؤتمر العلمي السنوي السادس عشر "تطوير تعليم وتعلم الرياضيات لتحقيق ثقافة الجودة"، الجمعية المصرية للتربويات الرياضيات، جامعة عين شمس، مصر.

السيد، عطيات بنت أحمد، والشهري، ظافر بن فراج. (2019، مارس 26 - 28). *أثر برنامج تدريبي مقترح قائم على معايير المعلم المهنية الوطنية لتنمية كفايات معلمات الرياضيات المهنية بالمرحلة المتوسطة والبراعة الرياضية لدى طالبات الصف الثاني المتوسط*. [بحث مقدم]. المؤتمر السادس لتعليم وتعلم الرياضيات "مستقبل تعليم الرياضيات في المملكة العربية السعودية في ضوء الاتجاهات الحديثة والتنافسية الدولية". جامعة ام القرى – كلية التربية – الجمعية السعودية للعلوم الرياضية.

سيفين، عماد شوقي (2016). فاعلية استراتيجية مقترحة قائمة على نموذج مارزانو لأبعاد التعلم في تنمية الكفاءة الرياضية بعض عادات العقل في الرياضيات لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي، *مجلة تربويات الرياضيات*، مصر، *19* (4)، 171-217.

الشمراني، صالح، والشمراني، سعيد، والبرصان، إسماعيل، والدوراني، بكيل. (2016). *إضاءات حول نتائج دول الخليج في دراسة التوجهات الدولية في العلوم والرياضيات* TIMSS:2015 *في تطوير تعليم العلوم والرياضيات*. لقاءات مركز التميز البحثي في تطوير تعليم العلوم والرياضيات، بجامعة الملك سعود، الرياض.

الشمري، عفاف بنت عليوي. (2019). واقع الممارسات التدريسية لدى معلمات الرياضيات بالمرحلة الابتدائية في ضوء البراعة الرياضية في مدينة الرياض، *مجلة تربويات الرياضيات*، مصر، *22*(6). ج3، 85 – 137.

صبري، رشا السيد (2020). برنامج مقترح قائم على نظريتي تعلم لعصر الثورة الصناعية الرابعة باستخدام استراتيجيات التعلم الرقمي وقياس فاعليته في تنمية البراعة الرياضية والاستمتاع بالتعلم وتقديره لدي طالبات السنة التحضيرية. المجلة التربوية، جامعة عين شمس. 73(73)، 439 – 539.

الطعاني، حسن احمد. (2007). *التدريب مفهومه وفعالياته في بناء البرامج التدريبية وتقويمها*. دار الشرق، عمّان.

طلبة، محمد علام. (2018). فاعلية استخدام استراتيجية PDEODE في تدريس الرياضيات في تنمية الكفاءة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، *مجلة تربويات الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات*، مصر، *21*(5). ج2. 67-116.

عبيدة، ناصر السيد عبد الحميد. (2017). فاعلية نموذج تدريس قائم على انشطة PISA في تنمية مكونات البراعة الرياضية والثقة الرياضية لدى طبة الصف الاول الثانوي. *مجلة دارسات في المناهج وطرق التدريس*، مصر، (219). 16 - 70

العبيدي، نور محمد جاسم. (2018). *البراعة الرياضية لدى طلاب قسم الرياضيات في كليات التربية* [رسالة ماجستير غير منشورة] . جامعة بغداد.

العتيبي، عبد الرحمن محمد. (2021). برنامج قائم على استخدام مكونات البراعة الرياضية لتنمية مهارات التدريس الإبداعي لدى معلمي الرياضيات في المرحلة المتوسطة بدولة الكويت. *مجلة تربويات الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات*، *24*(3) ج3، 32 – 69.

العمري، كاملة عبد الله. (2017). *درجة تمكن معلمات الرياضيات بالمرحلة الثانوية من البراعة الرياضية*. [رسالة ماجستير غير منشورة]. جامعة الإمام محمد بن سعود الإسلامية، الرياض.

الغامدي، محمد فهم. (2017، 9-11مايو). *تقويم الأداء التدريسي لمعلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية في ضوء البراعة الرياضية وممارساتها*. مؤتمر التميز في تعليم وتعلم العلوم والرياضيات الثاني "التطور المهني- آفاق مستقبلية"، جامعة الملك سعود، الرياض.

القرشي، محمد عواض. (2020). مستوى الرغبة المنتجة نحو الرياضيات لدى طلاب المرحلة المتوسطة بمدينة الطائف. *مجلة كلية التربية*، جامعة كفر الشيخ، 4(1)، 221-242.

القرني، نورة محمد صال (2019). واقع الأداء التدريسي لمعلمات الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في ضوء متطلبات تنمية البراعة الرياضية، *مجلة كلية التربية الأساسية للعلوم التربوية والإنسانية كلية التربية*، جامعة الملك سعود، المملكة العربية السعودية، (43)، 909-934.

مرسال، إكرامي محمد (2019). تنمية البراعة الرياضياتية باستخدام استراتيجية توليفية قائمة على التساؤل الذاتي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. *مجلة تربويات الرياضيات*، مصر، *22*(4)، 213-258.

المصاروة، مها عبد المنعم. (2012). *أثر التدريس وفق استراتيجية قائمة على الربط والتمثيل الرياضي في البراعة الرياضية لدى طلبة الصف السادس الابتدائي*، [رسالة ماجستير غير منشورة]. الجامعة الهاشمية، الزرقاء.

المطيري، عائشة بنت ثربان، والخضر، نوال بنت سلطان. (2021). مستوى تمكن طالبات الصف الرابع الابتدائي من أبعاد البراعة الرياضية. *مجلة تربويات الرياضيات. الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات*، *24*(3). 174 – 197.

المعثم، خالد عبد الله، والمنوفي، سعيد جابر. (2014، سبتمبر 20-23). *تنمية البراعة الرياضية: توجه جديد للنجاح في الرياضيات المدرسية*. المؤتمر الرابع لتعليم الرياضيات وتعلمها في التعليم العام (بحوث وتجارب مميزة). الجمعية السعودية للعلوم الرياضية (جسر)، السعودية.

الملوحي، أريج بنت عبد الله. (2019). *مستوى البراعة الرياضية لدى طالبات الصف السادس الابتدائي بمدينة الرياض* [رسالة ماجستير غير منشورة]. جامعة الامام محمد بن سعود الإسلامية، الرياض.

الملوحي، أريج بنت عبدالله، والأحمدي، سعاد مساعد. (2020). مستوى البراعة الرياضية لدى طالبات الصف السادس الابتدائي بمدينة الرياض. *مجلة تربويات الرياضيات. الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات*، 23(3)، 192 – 216.

المنوفي، سعيد جابر، والمعثم، خالد عبد الله. (2019) مدى تمكن طلاب الصف الثاني المتوسط بمنطقة القصيم من مهارات البراعة الرياضية. *مجلة الجامعة الإسلامية للدراسات التربوية والنفسية*. *27*(6)، 524-552.

المؤتمر السادس لتعليم وتعلم الرياضيات (2019، مارس 26-28). *مستقبل تعليم الرياضيات في المملكة العربية السعودية في ضوء الاتجاهات الحديثة والتنافسية الدولية*. بحوث وتجارب مميزة ورؤى مستقبلية.

هيئة تقويم التعليم والتدريب، (2020). تقرير تيمز (2019) (*نظرة أولية في تحصيل طلبة الصفين الرابع والثاني المتوسط في الرياضيات والعلوم بالمملكة العربية السعودية في سياق دولي*). ص(10).

وزارة التربية والتعليم. (2009). *مشروع تطوير مناهج الرياضيات والعلوم الطبيعية: دعم التنافسية ومجتمع المعرفة* – الخطة الإعلامية. الرياض: العبيكان للأبحاث والتطوير.

المراجع المرومنة:

Abu Al-Rayyat, Alaa Al-Mursi. (2014). The effectiveness of using Marzano's Dimensions of Learning model in teaching mathematics on developing mathematical competence among middle school studentsJournal of Mathematics Education, Egypt, .(In Arabic). 4 (17). 53 -104.

Al-Astal, Ibrahim Hamed, and Al-Rasheed, Samir Issa. (2004). The adequacy of study planning among teachers of mathematics in the Emirate of Abu Dhabi in the United Arab Emirates (an evaluation study), the Educational Journal, the Academic Publishing Council, Kuwait University, .(In Arabic) 18 (70), 72-113.

Al-Ghamdi, Muhammad Fahm. (2017, May 9-11). Evaluation of the teaching performance of mathematics teachers at the primary stage in the light of mathematical prowess and its practices. , (In Arabic). The Second Conference on Excellence in Teaching and Learning Science and Mathematics,

"Professional Development - Future Prospects", King Saud University, Riyadh.

Al-Harbi, Amna bint Saad, & Al-Nasyan, Abd al-Rahman bin Muhammad (2020). Teaching practices of mathematics teachers that support the development of productive desire among primary school students. Mathematics Education Journal, (In Arabic). Egyptian Association for Mathematics Education, 23(2), 128-161.

Al-Malouhi, Areej bint Abdullah. (2019). The level of mathematical prowess among sixth grade female students in Riyad. (In Arabic). [unpublished master's thesis]. Imam Muhammad bin Saud Islamic University, Riyadh.

Al-Malouhi, Areej bint Abdullah, and Al-Ahmadi, Souad Musaed. (2020). The level of mathematical prowess among sixth grade female students in Riyadh. Mathematics Education Journal. (In Arabic). Egypt, 23(3), 192-216.

Al-Masarwa, Maha Abdel Moneim. (2012). The impact of teaching according to a strategy based on mathematical linkage and representation on the mathematical prowess of sixth grade students, (In Arabic). [unpublished master's thesis]. Hashemite University, Zarqa.

Al-Menoufy, Saeed Jaber, and Al-Moatham, Khaled Abdullah. (2019) The extent to which students of the second intermediate grade in the Qassim region were able to acquire mathematical dexterity skills. Journal of the Islamic University for Educational and Psychological Studies. (In Arabic). 27(6), 524-552.

Al-Moatham, Khaled Abdullah, and Al-Manoufi, Saeed Jaber. (2014, September 20-23). Developing mathematical prowess: A new approach to success in school mathematics. (In Arabic). The Fourth Conference on Teaching and Learning Mathematics in General Education (Distinguished Research and Experiences). Saudi Society for Mathematical Sciences (Jisr), Saudi Arabia.

Al-Mutairi, Aisha bint Thurban, and Al-Khader, Nawal bint Sultan. (2021). The level of fourth-grade female students' ability to measure the dimensions of mathematical prowess. Mathematics Education Journal. (In Arabic). Egypt, 24(3). 174-197.

Al-Obaidi, Noor Muhammad Jassim. (2018). Mathematical prowess among students of the Department of Mathematics in the Colleges of Education. (In Arabic). [unpublished master's thesis]. Baghdad University.

Al-Omari, Kamila Abdullah. (2017). The degree to which female mathematics teachers at the secondary stage are able to achieve mathematical prowess. (In Arabic). [Unpublished master's thesis]. Imam Muhammad bin Saud Islamic University, Riyadh.

Al-Otaibi, Abdul Rahman Muhammad. (2021). A program based on the use of mathematical prowess components to develop creative teaching skills for mathematics teachers in the intermediate stage in the State of Kuwait. Journal of Mathematics Education, (In Arabic). 24 (3) Part 3, 32-69.

Al-Qurashi, Muhammad Awad. (2020).The level of productive desire towards mathematics among middle school students in Taif. Journal of the Faculty of Education, (In Arabic) Kafr El-Sheikh University, 4 (1), 221-242.

Al-Said, Reda Massad (2018, July 16). *Mathematical prowess: its concept, components and methods of development*. The Sixteenth Annual Scientific Conference, "Developing Teaching and Learning Mathematics to Achieve a Culture of Quality", *Egyptian Association for Mathematics Education, (*In Arabic). Ain Shams University, Egypt

Al-Shammari, Afaf . (2019). The reality of teaching practices of female mathematics teachers in the primary stage in the light of mathematical prowess in the city of Riyadh, Mathematics Education Journal, .(In Arabic). Egypt, 22 (6). C 3, 85-137.

Al-Taani, Hassan Ahmed. (2007). Training concept and its effectiveness in building and evaluating training programs. (In Arabic). Dar Al Sharq, Amman.

Badawi, Ramadan Massad (2007). Teaching effective mathematics (from kindergarten to sixth grade). (In Arabic) Dar Al-Fikr Publishers and Distributors, Amman.

Education and Training Evaluation Commission, (2020). TIMSS Report (2019) (a preliminary look at the achievement of students in the fourth and second intermediate grades in mathematics and science in the Kingdom of Saudi Arabia in an international context). (In Arabic). P. (10).

Gardner, Howard (1425). *Frames of Mind Theory: Multiple Intelligences*, (translated by Muhammad al-Jayousi*)*. (In Arabic). Riyadh: Bureau of Education for the Gulf States. (Originally published in 1993, 2nd edition).

Hassan, Shaima Mohammed. (2016).The effectiveness of a program based on differentiated teaching strategies in developing the mathematical competence of secondary school students. *Journal of Mathematics Education*, (In Arabic). Egypt, 19(5), 51-102.

Mersal, Ekramy Mohamed (2019). Developing mathematical prowess by using a combination strategy based on self-questioning among primary school students. Mathematics Education Journal, (In Arabic). Egypt, 22(4), 213-258.

Obeida, Nasser Al-Sayed Abdel-Hamid. (2017). The effectiveness of a teaching model based on PISA activities in developing the components of mathematical prowess and mathematical confidence among first year secondary students. Journal of Studies in Curricula and Teaching Methods, (In Arabic). Egypt, (219). 16 – 70.

Seven, Emad Shawky (2016). The effectiveness of a proposed strategy based on Marzano's model of learning dimensions in developing mathematical competence, some habits of the mind in mathematics among second-grade middle school students, *Mathematics Education Journal*, *(*In Arabic). Egypt, 19 (4), 171-217.

The Ministry of Education. (2009). Mathematics and Natural Sciences Curriculum Development Project: Supporting Competitiveness and the Knowledge Society - Media Plan. (In Arabic). Riyadh: Obeikan Research and Development.

The Sixth Conference on Teaching and Learning Mathematics (2019, March 26-28). The future of mathematics education in the Kingdom of Saudi Arabia in the light of modern trends and international competitiveness. (In Arabic). Distinguished research and experiences and future visions.

Tolba, Mohamed Allam. (2018). The effectiveness of using the PDEODE strategy in teaching mathematics in developing mathematical competence among students. Middle school students, Mathematics Education Journal, (In Arabic). Egypt, 21 (5). C 2. 67-116.

Zidan, Osama Hassan Abdel Wahhab. (2018). *The effectiveness of a proposed program based on mathematical prowess in acquiring mathematical concepts and thinking among seventh grade students in Gaza* [unpublished master's thesis]. (In Arabic). Islamic University, Gaza, Palestine

ثانياً: المراجع الأجنبية:

Ally, N. (2011). The promotion of mathematical proficiency in Grade 6 mathematics classes from the UMgungundlovu district in KwaZulu-Natal (Master's thesis). Retrieved from.http://hdl.handle.net/10413/5791

Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority (ACARA). (2011). The Australian Curriculum: Mathematics, Version 1.2, 8 March 2011. Sydney.

Chadwick, D. (2009). Approaches to Building Conceptual Understandings, By Learning Media for the Ministry of Education © Crown.

Cohen, D., & Ball, D. (2000). Instructional innovation: Reconsidering the story. Paper presented at the meeting of the American Educational Research Association, New Orleans.

Jennifer, S. (2007). Classroom Practices That Promote Mathematical Proficiency for all Students. Teaching children Mathematics, October, 14(3),1 63-169 .

Khan, Shereen Alima. (2017). Mathematics proficiency of primary school students in Trinidad and Tobago (PhD thesis), Columbia University.

Kilpatrick, J., Swafford, J. and Findell, B. (2001): Adding it up, helping children learn mathematics, Washington, DC: National Academy Press, USA.

Moodly, Vivendred Govindarajaloo. (2008). A description of mathematical proficiency, in number skills, of grade ten learners in both the Mathematics Literacy cohorts at a North Durban school. Master's thesis. Faculty of Education, University of Kwazulu-Natal, south Africa

National Research Council (NRC) (2001): Adding it up, helping children learn mathematics, Washington, DC: National Academy Press, USA.

Philipp, R., Siegfried, J. Cline, L., Williams, A., Jacobs, V., & Lamb, L. (2010). Productive Disposition: The Missing Component of.

Schoevers, Evaline M; Kroesbergen, Evelyn H and Kattou (2018): Mathematical Creativity: ACombination of Domaindeneral Creative and Domain- specific Mathematical Skills, Journal of Creative Behavior, 1-11.

Shoenfeld, A. H. (2007). Issues and tensions in the assessment of mathematical proficiency. In A. H. Schoenfeld (Ed.), Assessing mathematical proficiency (Mathematical Sciences Research Institute publications, Vol. 53, pp. 3-15). Cambridge: Cambridge University Press. Retrieved.

Wiggins, Grant. (2014). Conceptual Understanding in Mathematics. Retrieved Tuesday, 12January2021,from:https://grantwiggins.wordpress.com/conceptual-understandingin-mathematics/