مستوى الممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي الجماعي في صفوف الرياضيات بالمرحلة المتوسطة

Level of the Teaching Practices Promoting Collective Mathematical Argumentation in the Intermediate Stage Mathematics Classrooms

إعداد

د. إبراهيم الحسين خليل

أستاذ المناهج وطرق تدريس الرياضيات المساعد – كلية التربية والتنمية البشرية – جامعة بيشة

Dr. Ibrahim Alhussain Khalil

Assistant Professor of Mathematics Education, College of Education and Human Development, University of Bisha

مستوى الممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي الجماعي في صفوف الرياضيات بالمرحلة المتوسطة

إعداد

د. إبراهيم الحسين خليل

أستاذ المناهج وطرق تدريس الرياضيات المساعد – كلية التربية والتنمية البشرية – جامعة بيشة

المستخلص: هدفت الدراسة إلى تحديد مستوى الممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي الجماعي في صفوف الرياضيات بالمرحلة المتوسطة. ولتحقيق ذلك استخدمت المنهج الوصفي المسحي، واستخدمت الملاحظة الكمية أداة لجمع البيانات، وتكونت من (26) ممارسة تدريسية مقسمة على أربعة أبعاد، وطبقت على عينة مكونة من (24) معلمًا للرياضيات في المرحلة المتوسطة بمكتب تعليم الوسط التابع لإدارة تعليم بيشة. وتوصلت الدراسة إلى نتائج عدة، أبرزها: أن مستوى الممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي الجماعي بشكل عام بلغ (2.75) بمستوى متوسط، وجاءت الأبعاد على الترتيب الآتي: تيسير المشاركة الجماعية للأفكار الرياضية بمتوسط (3.00) بمستوى متوسط، وضع الأنظمة والإرشادات لتيسير الجدل الرياضي الجماعي بمتوسط (2.82) بمستوى متوسط، وتحفيز الطلاب لطرح الادعاءات والأفكار الرياضية (2.61) بمستوى متوسط، وطرح التساؤلات الهادفة والمثيرة للجدل بمتوسط (2.57) بمستوى متوسط، إضافة إلى أنها كشفت عن عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى دلالة $\alpha \leq 0.05$ في مستوى الممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي الجماعي تعزى إلى الخبرة التدريسية. وأوصت الدراسة بتوصيات عدة، أهمها: تقديم البرامج التدريبية التي تنمي المعرفة التربوية بالجدل الرياضي لدى معلمي الرياضيات ومعلماتها، وتدريبهم على طرق وأساليب مراعاته في الصف الدراسي إجرائيًا.

الكلمات المفتاحية: الممارسات الصفية – الجدل الرياضي – المرحلة المتوسطة – صفوف الرياضيات

Level of the Teaching Practices Promoting Collective Mathematical Argumentation in the Intermediate Stage Mathematics Classrooms

Dr. Ibrahim Alhussain Khalil

Assistant Professor of Mathematics Education, College of Education and Human Development, University of Bisha

Abstract: This study aimed to identify the level of the teaching practices that promote collective mathematical argumentation in intermediate stage mathematics classrooms. To fulfil this, it adopted the Survey descriptive method. The quantitative observation was used as data gathering tool, and it consisted of (26) teaching practices divided into four dimensions. The study was applied to sample (24) intermediate stage mathematics teachers in the Middle Education Office of the Bisha Education Department. The study reached several results the most notable of which is that the level of teaching practices that enhance collective mathematical argumentation, in general was (2.75) at an average level. The dimensions came in the following order: facilitating collective sharing of mathematical ideas with an average of (3.00), at an average level; setting regulations and guidelines to facilitate collective mathematical argumentation with an average of (2.82), at an average level; motivating students to raise mathematical allegations and ideas with an average of (2.61), at an level; and asking meaningful and controversial questions with an average of (2.57) at an average level. In addition, it revealed that there were no statistically significant differences at the level of significance $0.05 \geq \alpha$ in the level of teaching practices that strengthen mathematical argumentation due to the teaching experience. The study recommended several recommendations, the most important of which are: providing training programs that develop the educational knowledge of mathematical argumentation for male and female mathematics teachers and training them on the methods of observing it procedurally in the classroom.

Keywords: Classroom Practices; Mathematical Argumentation; Intermediate Stage; Mathematical Classrooms.

المقدمة

يعدُّ الحوار الرياضي داخل صفوف الرياضيات من أبرز العوامل الرئيسة لرفع مستوى الأداء في الحصة الدراسية، سواء للمعلم أم الطالب؛ لكونه يساعد على معرفة تصورات الطلاب عن المعرفة الرياضية، ومنها معرفة نقاط القوة وجوانب القصور في تعلم الطلاب.

يضاف إلى ذلك أن استجواب المعلمين يعدُّ عاملًا محوريًّا في دعم مشاركة الطلاب في مناقشة رياضية جماعية منتجة (Zhung&conner,2018)، ويساعد في تنظيم المناقشات وتوجيهها(Conner,etal,2014). وأشارت بعض الدراسات إلى أن المناقشة الجماعية شرط أساس لتعلم الرياضيات Ingram, Erath, Ronning & Schuler-(Meyer, 2020)، وأن تسهيل المناقشات الرياضية الصفية للصف بأكمله مهمة معقدة؛ لذا من المهم أن يصبح المعلمون ماهرين في استخدام الخطاب الرياضي لاستنباط تفكير الطلاب وتوسيعه (ducham, smith & king,2022).

وتوصف المناقشات الرياضية الجماعية التي يعمل فيها الطالب والمعلم معًا لبناء أو نقد الحجج الرياضية بأنها نهج قويٌّ لتعلم وتدريس الرياضيات (Zhung &Conner,2022)، إضافة إلى أن المناقشات تعدُّ جزءًا من الدرس يقوم فيها المعلمون والطلاب بتقديم شرح لأفكارهم الرياضية وتبرير لها، ومقارنتها مع زملائهم، وإنشاء روابط بين الأفكار(Martins, Ponte & Mata- Pereira, 2022)

وقد أكَّد المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000) National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) على أهمية التواصل الرياضي، والاهتمام بالتفكير والبرهان ضمن مبادئ ومعايير تدريس الرياضيات، وأشار المجلس القومي (NCTM, 2014) إلى أهمية وضع الأسئلة الهادفة وتيسير الحصة الدراسية ومراعاة الاستدلال والحجج الرياضية أثناء التدريس.

وقدم ستين وآخرون (Stein, et al.,2000) خمس ممارسات لتنظيم مناقشات صفية مثمرة، وهي: التوقع، والمراقبة، والاختيار، والتسلسل، وإجراء الروابط بين استجابات الطلاب.

والمعلم الفعال هو الذي يستثمر المناقشات الرياضية الصفية في دعم الجدل الرياضي الجماعي (Zhuang & C onner,2022)، حيث يعدُّ تنمية الجدل عنوانًا أساسيًّا في التعليم بشكل عام، وليس في تعليم الرياضيات فقط. وهناك معان وتعريفات عدة للجدل بصورته العامة، منها: أنه نشاط لفظيٌّ واجتماعيٌّ يهدف إلى زيادة أو التقليل

من قبول وجهة نظر مثيرة للجدل للمستمع أو القارئ عن طريق تقديم مجموعة من الافتراضات التي تهدف إلى تبرير أو دحض وجهة نظر(Schwarz, hersh Kowitz& Prusak,2010) .

ويعرف انقرام وآخرون (Ingram,et al.,2020) الجدل الجماعي بأنه تفاوض تفاعلي حول حلول جماعية. وهناك من يعدُّ الجدل ظاهرة اجتماعية يحاول فيها الأفراد المتعاونون التعبير عن تفسيراتهم عن طريق تقديم أسباب لمواقفهم شفهيًّا (Kummheure, 1995 في Dede, 2018) . وقدم الفيلسوف البريطاني ستيفن تولمين StephenToulmin هيكلًا للجدل العلمي مكونًا من ست مراحل، وهي: الادعاء، البيانات، التبرير، الدعم، التفنيد، المساندة (Toulmin, 2003).

وتعددت تعريفات الجدل الرياضي، حيث ذهب كونير وآخرون (Conner, et al.,2014) إلى أن المراد به كل ما يقدمه الطلاب والمعلمون من ادعاء رياضي ويقدمون أدلة عليه. وعرف زيونق وكونير (Zhung & Conner,2022) الجدل الرياضي الجماعي بأنه ممارسة في بيئة اجتماعية، حيث يقوم المعلمون والطلاب بتكوين ادعاءات رياضية، وتقديم أدلة تسندها.

وتحظى عمليات الاستدلال وتقديم البراهين والأدلة باهتمام المنظمات والمؤسسات التعليمية على المستوى الدولي، حيث يؤكد إطار الاختبارات الدولية PISA على الاستدلال والحجج الرياضية كأحد القدرات الرياضية لدى الطلاب، وأنها تتضمن عمليات التفكير المنطقية التي تستكشف جذور المشكلة وتربطها؛ من أجل الحصول على استنتاجات منها، والتحقق من التبرير المطروح، أو تقديم تبرير أو حلول للمشكلات ("OECD",2017 Organization for Economic Cooperation and Development). ويؤكد الإطار المعرفي للاختبارات الدولية (TIMSS,2023) على الاهتمام بالحجج والبراهين الرياضية (Mullis, et al., 2021)، إضافة إلى أن المعايير الأساسية المشتركة COMMON CORE STATE STANDARDS FOR Mathematics (CCSSM,2010) تؤكد على بناء حجج قابلة للتطبيق ونقد الاستدلال. وفي المملكة العربية السعودية عني الإطار التخصصي لمجال تعليم الرياضيات بالحجج الرياضية، وأكد على أهمية تنميتها في الصفوف الدراسية المختلفة من خلال العمليات الرياضية (هيئة تقويم التعليم والتدريب، 2023)

ويعدُّ التبرير والتفكير جزءًا من الجدل الرياضي؛ لأن الطلاب يقدمون الأدلة والمنطق لإقناع الآخرين بأن ادعاءاتهم صحيحة (NCTM,2000; Rumsey & Laugrall,2016). ويحقق الجدل الرياضي فوائد عدة، منها: زيادة التفاعل والتعلم، وتعميق فهم الطلاب للمحتوى الرياضي (Ingram, et al.,2020; Rumsey,et al.,

2016). ويساعد على اكتشاف مكامن القوة والقصور، والكشف عن التصورات الذهنية لدى الطلاب، وتعميق المعرفة الرياضية. وتعتمد فاعلية الجدل الرياضي بشكل كبير على الطريقة التي يسهل بها المعلم هذا الجدل ويدعمها، إضافة إلى منح المعلم وقتًا كافيًا، وطرح الأسئلة المنطقية، وتقديم السقالات التربوية القائمة على التفاعل الاجتماعي، والتسلسل في طرح الأسئلة (Kosk, Rougee & Herbst, 2014; Zhuang ,et al.,2018). إضافة إلى ذلك تعدُّ المعرفتان (التخصصية والتربوية) عاملًا مؤثرًا وحاسمًا في مراعاة الجدل الرياضي.

ويتطلب الجدل الرياضي وتنميته توافر مجموعة من الاستراتيجيات؛ وهذا ما أكده رومسي وآخرون (Rumsey, et al.,2016)، حيث قدموا خمس استراتيجيات لتطوير الجدل الرياضي لدى الطلاب، هي: توفير الدعم اللغوي، ومناقشة محتوى ثري ومألوف، وتحديد الشروط، والتمهيد وتقديم الادعاءات، ومعالجة المحتوى المألوف ليصبح غير مألوف.

وقدم هنتر (Hunter,2007) مجموعة أسس للجدل الرياضي، وهي: توفير الدافع للانخراط في النشاط المجتمعي، وتحفيز الطلاب للإقناع، وتضمين الجدل والإقناع عند التدريس، وتهيئة البيئة لمشاركة الطلاب في الجدل الجماعي، وتحديد أسئلة مناسبة تحفز الطلاب للاستفسار والتحدي، وزيادة استقلالية الطالب، إضافة إلى احترام أفكار الطلاب وآرائهم، ومنحهم الوقت الكافي، وطرح المهام الثرية عليهم.

ويندرج استخدام المعلمين لاستراتيجيات طرح الأسئلة في المكونات الرئيسة للحجج الرياضية، بحيث يقوم المعلم بعرض التساؤلات بطريقة فعالة، ويعقب ذلك بطلب الشرح والتبرير، والتحقق من التحليل؛ كما يعد طرح الأسئلة استراتيجية فعالة لتنظيم الجدل (Foster, et al.,2020; Kosko, Rougee& Herbst, 2014).

ويهدف الجدل الرياضي إلى استكشاف الأفكار، وتخمينها، وتبريرها ومشاركتها (Rumsey, Guarino & Sperling,2023). وقد أشارت دراسة انقليس وآخرين (Inglis, et al., 2007) إلى وجود نوعين من تحليل الجدل الرياضي لدى الطلاب، أحدهما: يركز على محتوى الحجة، والآخر: يركز على بنية الحجة. ويعد انخراط الطلاب بنجاح في حل المشكلات التعاوني في سياقات مختلفة هدفًا تعليميًا مهمًا؛ لأن الطالب يحتاج إلى مهارات ضرورية للمشاركة التعاونية في الأنشطة الرياضية الجدلية المضمنة في ثقافة رياضية موجهة نحو التخمين والاستكشاف (Vogel, et al.,2022).وفي السياق نفسه قدم ياكل (Yackel, 2002) عدة أدوار للمعلم يقوم بها في تنمية الجدل الرياضي، وهي: البدء بوضع قواعد وإرشادات للصف الدراسي، وتعزيز الجدل بكونه جوهر النشاط الرياضي للطلاب، وتقديم الدعم للطلاب الذين يتفاعلون مع أقرانهم لتطوير حجة جماعية، وتوفير الدعم لإثراء الجدل

كالبيانات. فضلًا عن ذلك يعد التخطيط للجدل الرياضي، واختيار المهام والأنشطة المناسبة من الأدوار الرئيسة لتيسير الجدل الرياضي أثناء الحصة الدراسية.

وأشار كونير (Conner, et al., 2014) إلى أن المعلمين يستخدمون ثلاثة أنواع من الدعم للجدل الرياضي، وهي: المساهمة المباشرة في مكونات الحجة، وطرح الأسئلة التي تثير أجزاء من الحجة، واستخدام استراتيجيات متنوعة للدعم. وأشار ماكار وبكير وبينزفي (Makar, Bkker & Ben- Zvi, 2015) إلى مجموعة من السقالات التي تدعم قدرات الطلاب على الجدل الرياضي في الصف الدراسي، وهي: التشخيص، والتجاوب، والاستقلالية؛ بمعنى تشخيص المشكلة، ومعرفة العوامل المؤثرة، ثم حلها، ودعم الطلاب للوصول إلى مرحلة الاستقلال في البحث، ومحاولات الوصول إلى الحل.

ولتعزيز الجدل الرياضي داخل صفوف الرياضيات قدم رومسي وقيارنيو وسبيرلنق (Rumsey, Guarino &Sperling,2023) وصفًا دقيقًا لمستويات الجدل الرياضي، إضافة إلى توضيح الأسئلة التي تعزز المستوى. وإيضاحها على النحو الآتي:

جدول (1) المستويات الأربع للجدل الرياضي (Rumsey, et al., 2023)

المستوى	الوصف	الأسئلة التي تعزز هذا المستوى
لاحظْ وتساءل	• استكشف ولاحظ الأنماط • اجمع معلومات عن الأنماط • اربط بين الأمثلة • اطرح أسئلة تنم عن الفضول	• ما الذي تلاحظه؟ • ما القاسم المشترك بين المعادلات؟ • من الذي لديه ملاحظات ذات صلة؟ • ما الذي تتساءل عنه؟
خمّنْ	• فكّر في الطريقة التي ستتوسع بها الأنماط • وسّع ملاحظة محددة بحيث تصير تعميما عن كل الأرقام أو الحالات	• هل تلك الملاحظة صادقة في جميع الأحوال؟ • ما الذي تعتقد أنه صادق دائمًا بخصوص...؟ • متى تنجح الاستراتيجية؟ • هل ذلك صحيح دائمًا أو أحيانًا؟ أو ليس صحيحا على الإطلاق؟ كيف تعرف ذلك؟

برّرْ	• قم بإقناع شخص أن هذه الفكرة فكرة ناجعة دائمًا • فسّر التخمين والسبب الذي يجعله راجحًا	• كيف يمكنك أن تقنع شخصًا ما أن تخمينك صحيح دائمًا؟ • ما الذي يجعل هذا التخمين صحيحًا؟
شارك وعدِّلْ	• شارك الفكرة مع آخرين • عدِّل وبلور التخمين والتبرير عن طريق النقاش مع الزملاء في الفصل • استخدم لغة دقيقة	• هل توجد عند أي شخص فكرة مشابهة أو يوجد شيء تود أن تضيفه؟ • هل توجد لدى أي شخص فكرة مختلفة؟ • كيف يمكننا أن نعيد كتابة تخميناتنا حتى نجعلها أكثر دقة؟

وقدَّم كنودسن (Knudsen, 2017) سبع خطوات لإشراك الطلاب في الجدل الرياضي، وهي: اختر موضوعًا يتضمن أفكارًا مختلفة، واطلب من الطلاب التخمين وطرح الأمثلة، وإبدأ بمعرفة الطلاب الذين يوافقون أو لا يوافقون (التصويت)، ووجه الطلاب لعمل التمثيلات، واستمر في الجدل عن طريق التصويت، وتأكد من استدعاء ومناقشة الطلاب الذين يختلفون مع التخمين، واطلب من الطلاب تلخيص الحجة والاستنتاج. وقدم تريستانتي و نيوساتارا (Tristanti & Nusantara, 2020) مجموعة من المراحل لتنمية مهارات الجدل الرياضي، وهي: توفير مشكلة رياضية منطقية، وإتاحة الحجاج والحوار في مجموعات صغيرة، وتقديم الحجج الرياضية في حوار صفي بشكل عام.

وتشمل مهارات الجدل الرياضي: القدرة على التخمين وطرح الفرضيات، واستكشاف الحقائق، واستخدام الأمثلة المضادة والمبررات المنطقية وتوضيحها للآخرين، والرد على حجج الآخرين (Lin, 2018)، إضافة إلى مجموعة من المهارات الفرعية، وهي: تحديد حجة مقنعة، واختيار حجة مضادة مقنعة، وكتابة الحجة، وكتابة حجة مضادة مقنعة (Evagorou, Papanastasiou & Vrikki, 2023).

وهناك نوعان من الحجج الرياضية: أحدهما: الحجج الاستكشافية، والآخر: الحجج البلاغية، وهذان النوعان يختلفان في أساليب عرض الحجج الرياضية في الصفوف الدراسية؛ إذ يشمل أسلوب الاستطراد قيام المتكلم بتقديم وجهة نظر معينة، ثم يستطرد في الحديث المدعوم بالأدلة والبراهين التي تؤيد موقفه. والأسلوب الخطابي: ويُعنى بطريقة الكلام، وصياغة الجمل والعبارات (Salazar, et al., 2019).

وقدمت دراسة كوندسين وآخرين (Knudsen, et al.,2018) مقترحات ومعايير للبدء بالجدل الرياضي، وهي كالآتي:

جدول (2) معايير الجدل الرياضي (Knudsen, et al.,2018)

إنشاء حالة التساؤل
• يجب التفكير في أكثر من حالة • كُن مبدعًا: – من خلال تجربة الأرقام والأشكال البسيطة، ثم المعقدة. – من خلال تجربة الأرقام والأشكال غير المألوفة.
التخمين واقتراح الفرضيات
• نستخدم الأنماط للوصول إلى البيانات القريبة دائمًا من الصحة. • نقوم بوضع التخمينات أو الفرضيات التي نعتقد أنها صحيحة. • نتجنب مُصادرة أو التقليل من أهمية تخمينات الآخرين.
التبرير
• نبحث عن الأسباب التي تصل بنا إلى التحقق مما إذا كانت الفرضيات صحيحة أو خاطئة. • الاستفادة من أفكار الآخرين والبناء عليها. • نحاول إقناع الآخرين بأفكارنا، مع الوضع في الاعتبار أن هذه الأفكار قد تكون مخطئة؛ هذا التوجه يكون مفيد. • يجب تقديم الأدلة بطُرق مختلفة مثل أن نُقدمها في شكل رسم أو جدول أو رسم بياني. • يجب أن نكون واضحين عند طرح التبرير.
الخاتمة
• يجب معرفة الوقت المناسب للتوقف. • يجب تكرار الحُجج والأدلة من البداية إلى النهاية. • يجب أن تكون الاستنتاجات تقوم على ما ذكر سابقًا بمعزل عن شخصية القائم بهذه الأشياء.

اهتمت بعض الدراسات بالجدل الرياضي في المراحل التعليمية المختلفة، ومنها دراسة لين (Lin, 2018) التي هدفت إلى دعم الطلاب في المرحلة الابتدائية وتدريبهم على المشاركة في الأنشطة الهادفة لدعم الجدل الرياضي للمفاهيم الرياضية في الصفوف الدراسية. وقد شارك في الدراسة ست معلمين و(24) طالبًا، واستخدمت الدراسة المنهج الوصفي، وقامت بجمع البيانات من العينة عن طريق التسجيلات الصوتية والمرئية والملاحظات وأوراق العمل. وتوصلت الدراسة إلى نتائج عدة، أبرزها: زيادة قدرات الطلاب في المناقشات الصفية، والإتيان بالحجج الرياضية.

وهدفت دراسة كيم (Kim,2022) إلى معرفة آراء معلمي الرياضيات في المرحلة الثانوية بالجدل الرياضي وأهميته. واستخدمت الدراسة المنهج الاستقصائي، واستعانت بالاستبانة أداة لجمع البيانات من عينة مكونة من (27) معلمًا. وتوصلت إلى نتائج عدة، أبرزها: تعتمد قناعة الطلاب بالحجة الرياضية على فهمهم الحجة المطروحة من المعلم (قدرة المعلم على توضيح الحجة)، إضافة إلى أن المعلمين يرون أن الحجج الجبرية هي الأكثر إقناعًا للطلاب،

وأن إثبات الحجة له علاقة بربط الرياضيات بالمجتمع. وسعت دراسة بييدا وليباك (Bieda& Lepak2014) إلى التعرف على آراء الطلاب في سمات الجدل الرياضي المقنع لهم. واستخدمت الدراسة المنهج النوعي بأسلوب دراسة الحالة، واستخدمت المقابلة أداة لجمع البيانات، وشارك في الدراسة (25) طالبًا. وتوصلت الدراسة إلى تحديد سمات عدة للجدل الرياضي المقنع، أهمها: التواصل؛ ويتحقق بنقل المعرفة الرياضية إلى الآخرين، وإتاحة الفرصة للتحقق والشرح، واستكشاف المعنى.

وهدفت دراسة نونيك وآخرين (Nonik,et al.,2020) إلى التعرف على الاختلاف في مهارات الجدل الرياضي لدى الطلاب قبل وبعد استخدام وتطبيق رسم خرائط الجدال في تعلم الرياضيات. واستخدمت الدراسة المنهج الكمي (شبه التجريبي)، وطبقت على عينة مكونة من (36) طالبًا. وتوصلت الدراسة إلى نتائج عدة، أبرزها: فاعلية تطبيق خرائط الجدل الرياضي. وهدفت دراسة ترستانتي ونيوساتارا (Tristanti& Nusantara,2020) إلى استخدام استراتيجية تعليمية قائمة على دمج مفاهيم ومهارات الجدل الرياضي في مقررات وممارسات تعلم الرياضيات. واستخدمت الدراسة المنهج شبه التجريبي، وطبقت على عينة مكونة من (30) طالبًا، استخدمت الدراسة اختباراً للجدل الرياضي. وتوصلت الدراسة إلى نتائج عدة، أهمها: فاعلية الاستراتيجية المستخدمة في تحسين مهارات الجدل الرياضي.

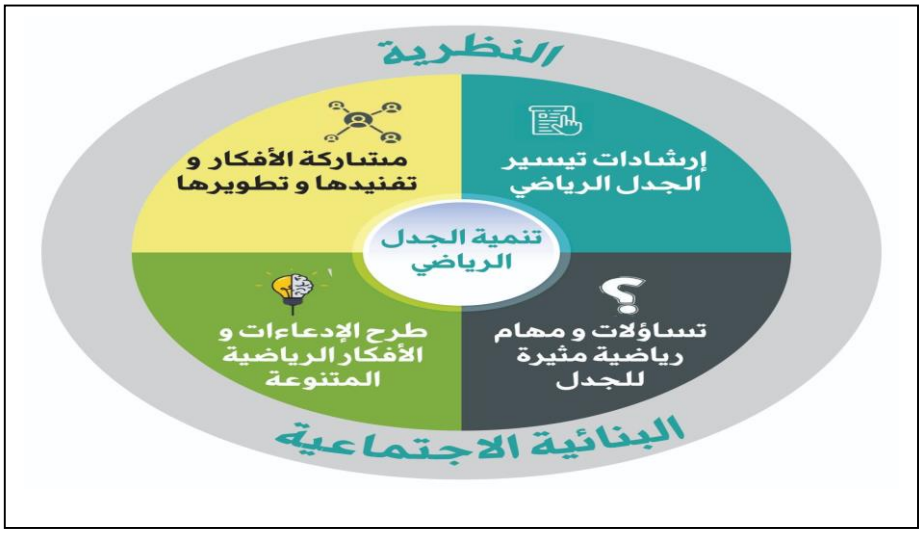
وهدفت دراسة سالازار توريس وآخرين (Salazar - Torres, et al., 2019) إلى التعرف على فائدة تطبيق الجدل الرياضي في الصف الدراسي، ومعرفة أنواع الجدل في الصفوف الدراسية. واستخدمت الدراسة أسلوب دراسة الحالة، وطبقت على عينة مكونة من (45) طالبًا، واستخدمت الملاحظة والمقابلة لجمع البيانات من العينة. وتوصلت إلى نتائج عدة، أبرزها: أن مهارات الجدل الرياضي تطورت لدى الطلاب بعد جلسات التدريب. وسعت دراسة سيموروف وكولار ويوفر (Sommerhoff, Kollar & Ufer, 2021) إلى التعرف على مدى تأثير أسلوب المنهج التعليمي المتسلسل مقارنة بالمنهج التعليمي المتزامن على مهارات الجدل الرياضي والإثبات. واستخدمت الدراسة المنهج شبه التجريبي، وطبقت على عينة مكونة من (45) طالبًا، يتوزعون على النحو الآتي: (18) من الذكور، (27) من الإناث. وتوصلت الدراسة إلى نتائج عدة، أبرزها: تأثير كلا الأسلوبين مع تفوق أسلوب المنهجية المتسلسلة.

وهدفت دراسة كوسكو وآخرين (Kosko, et al., 2014) إلى معرفة تصورات المعلمون عن الإجراءات المناسبة لتسهيل الجدل الرياضي داخل الصفوف الدراسية. واستخدمت الدراسة المنهج الوصفي، وطبقت على عينة مكونة

من (20) معلمًا من معلمي الرياضيات بالمرحلة الثانوية. واستخدمت الملاحظة والمقابلة أدوات لجمع البيانات. وتوصلت الدراسة إلى نتائج عدة، أبرزها: اختلاف وجهات نظر المعلمين في الطريقة المناسبة لتطبيق الجدل الرياضي في الصفوف الدراسية، إضافة إلى أن هناك اتفاقًا على أهمية طرح التساؤلات لتيسير الجدل الرياضي في الصفوف الدراسية.

وهدفت دراسة هاويل (Howel, 2013) إلى معرفة أهداف المعلمين من تعزيز الجدل الرياضي، واستخدمت الدراسة المنهج الوصفي، وطبِّقت على عينة مكونة من خمسة معلمين، واستخدمت الملاحظات الصفية والمقابلات لجمع البيانات. وتوصلت الدراسة إلى نتائج عدة، أبرزها: وجود قصور في عدد المواقف المعززة للجدل الرياضي، وأن المعلمين يستخدمون الجدل الرياضي بهدف تقييم معرفة وفهم الطلاب للرياضيات وليس كطريقة للتعلم.

وجاءت الدراسة الحالية لتتناول جزئية تعنى بمعلم الرياضيات ودوره في تعزيز الجدل الرياضي الجماعي لدى طلاب المرحلة المتوسطة، بدءًا بتقديم ممارسات تدريسية إجرائية موزعة على أربعة أبعاد، ومراحل متسلسلة منطقيًا مستندة على النظرية البنائية الاجتماعية، تتضح في شكل (1)



شكل (1) الإطار النظري للدراسة (الباحث)

تستند الدراسة الحالية على النظرية البنائية الاجتماعية؛ وصيغت الممارسات التدريسية وفقًا لفلسفتها ومبادئها؛ لكونها تؤكد على دور المتعلم كمحور في العملية التعليمية وأهمية تفاعله مع الآخرين لبناء المعرفة، ودور المعلم كميسّر وموجه للطالب، إضافة إلى تأكيدها على وضوح التدريس للطلاب. كما تؤكد على تفاعل المتعلم مع عناصر البيئة الاجتماعية المتمثلة في جميع من يتعامل معهم أثناء التعلم بهدف بناء المعرفة والتعلم ذي المعنى، والتأسيس لوجهات النظر ومناقشتها من خلال التفاعل الاجتماعي والتعلم التعاوني (العبدالكريم، 2011؛ المالكي، 2018). وراعت

الدراسة كذلك العلاقة بين عدة مفاهيم لتوضيح إجراءات التدريس لتعزيز الجدل الرياضي؛ حيث يؤكد ياكل (Yackel, 2002) أن من أدوار المعلم لتنمية الجدل الرياضي البدء بوضع قواعد وإرشادات للصف الدراسي، يلي ذلك طرح الأسئلة والمهام الرياضية المحفزة والمثيرة للجدل الرياضي؛ وتوصلت دراسة كوسكو وآخرين (Kosko, et al., 2014) إلى أهمية طرح التساؤلات لتيسير الجدل، وأشار فوستر وآخرين (Foster, et al., 2020) إلى أن طرح الأسئلة يعد استراتيجية فعالة لتنظيم الجدل، إضافة إلى أن طرح الادعاءات والتخمينات والأفكار يعد من أبرز استراتيجيات الجدل الرياضي، وأسسه، وخطواته (Knudsen, 2017; Rumsey, et al., 2016). وتعد تهيئة البيئة الصفية لمشاركة الطلاب في الجدل الرياضي الجماعي مرحلة مهمة يجب العناية بها (Rumsey, et al., 2023; Hunter, 2007).

مشكلة الدراسة

تؤثر الحوارات والمناقشات الصفية في تيسير دروس الرياضيات عند تدريس المعرفة الرياضية، ويؤمل عليها كذلك تحقيق جملة من الأهداف التربوية والتعليمية، ويسهم المعلم بدور كبير وفاعل ورئيس في تيسير هذه المناقشات وتوجيهها نحو نواتج التعلم المستهدفة في دروس الرياضيات. وتعدُّ تنمية الجدل الرياضي ومهاراته الفرعية والمتنوعة من المتغيرات المهمة والمرغوبة في تعليم الرياضيات وتعلمها، وهذا ما أكدته العديد من المنظمات الدولية، منها دراسات الاختبارات الدولية TIMSS التي كشفت عن انخفاض مستوى طلاب المملكة العربية السعودية في العديد من المشاركات بشكل عام، وفي مجال الاستدلال على وجه الخصوص، وهو مرتبط بمهارات الجدل الرياضي (TIMSS, 2019; 2015). وتوصلت دراسة افاقور وآخرين (Evagorou, et al., 2023) إلى ضعف مهارات الطلاب في كتابة الحجة الرياضية المقنعة كإحدى المهارات الفرعية للجدل الرياضي، وأوصت بأهمية استخدام المعلمين لسقالات تعليمية لتحسين مهارات الطلاب في الجدل الرياضي. وأشارت دراسة (Lin, 2018; Kosko, et al., 2014; Makar, et al., 2015) إلى أهمية تدريب المعلمين على طرح التساؤلات، ومهارات الاستقصاء؛ من أجل دعم قدرات الطلاب على الجدل الرياضي في الفصول الدراسية. وأوصت دراسة سالازار توريس وآخرين (Salazar-Torres, et al., 2019) بأهمية تدريب المعلمين على ابتكار وتطبيق مناقشات وعمليات الجدل الرياضي الاستكشافي. وأكدت دراسة (Kim, 2022; Nonik, et al., 2020) على أهمية دمج الجدل الرياضي في سياق مناهج وتدريس الرياضيات وأهمية وجود دليل رياضي في صورة مناقشات جدالية، وأهمية تدريب المعلمين على الجدل الرياضي. وتوصلت دراسة هاويل (Howel, 2013) إلى وجود قصور في ممارسات المعلمين المعززة للجدل الرياضي، وأوصت بأهمية رفع مستوى الوعي بأهمية الجدل الرياضي، وتوصلت دراسة خليل وآخرون (Khalil, et

al., 2023) إلى أن مستوى الممارسات التدريسية التي تسهم في تنمية كتابة الأدلة والحجج المناسبة لإثبات صحة المعرفة الرياضية، والتشارك في البراهين والأفكار الرياضية بين الطلاب متوسطاً.

وأشارت دراسة سيموروف وآخرين (Sommerhoff, et al., 2021) إلى ندرة الأبحاث التي تربط تعليم الرياضيات ودعم مهارات الجدل والإثبات. وأوصت دراسة تريستانتي و نيوساتارا (Tristanti & Nusantara, 2020) بأهمية إجراء دراسات علمية تعنى بدمج مهارات الجدل الرياضي عند التدريس. وللوقوف على واقع تنمية مهارات الجدل الرياضي في الصفوف الدراسية قام الباحث بإجراء دراسة استطلاعية باستخدام المقابلة مع عدد من مشرفي الرياضيات كشفت قصور في الاهتمام بتنمية مهارات الجدل الرياضي المختلفة، سواء شفهيًا أم كتابيًا أثناء الحصة الدراسية، وأظهرت قصورًا في مستوى الحوارات الصفية وتقديم الحجج الرياضية لدى الطلاب.

بناء على ما سبق من مبررات ومنطلقات إرتأ الباحث القيام بدراسة علمية لتقييم الممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي الجماعي في صفوف الرياضيات بالمرحلة المتوسطة

أسئلة الدراسة: سعت الدراسة إلى الإجابة عن السؤال الرئيس الآتي:

السؤال الرئيس: ما مستوى الممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي الجماعي في صفوف الرياضيات بالمرحلة المتوسطة؟ ويتفرع منه الأسئلة الآتية:

1- ما مستوى الممارسات التدريسية لمعلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في وضع الأنظمة والإرشادات لتيسير الجدل الرياضي الجماعي؟
2- ما مستوى الممارسات التدريسية لمعلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في طرح التساؤلات الهادفة والمثيرة للجدل الرياضي؟
3- ما مستوى الممارسات التدريسية لمعلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في تحفيز الطلاب لطرح الادعاءات والأفكار الرياضية؟
4- ما مستوى الممارسات التدريسية لمعلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في تيسير المشاركة الجماعية للأفكار الرياضية؟
5- هل توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى دلالة $\alpha \leq 0.05$ في مستوى الممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي الجماعي في صفوف الرياضيات بالمرحلة المتوسطة تعزى إلى متغير الخبرة التدريسية؟

أهداف الدراسة: سعت الدراسة إلى تحقيق الهدف الآتي:

التعرف على مستوى الممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي الجماعي في صفوف الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في ضوء الأبعاد الآتية: وضع الأنظمة والإرشادات لتيسير الجدل الرياضي الجماعي، وطرح التساؤلات الهادفة والمثيرة للجدل الرياضي، وتحفيز الطلاب لطرح الادعاءات والأفكار الرياضية، وتيسير المشاركة الجماعية للأفكار الرياضية.

أهمية الدراسة

تكمن أهمية الدراسة في الآتي:

1- تقديم قائمة بالممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي الجماعي في صفوف الرياضيات بالمرحلة المتوسطة.
2- تقديم سلم تقدير لتقييم الممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي الجماعي في صفوف الرياضيات بالمرحلة المتوسطة.
3- تقديم تغذية راجعة لمشرفي ومعلمي الرياضيات حول مستوى الممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي الجماعي في صفوف الرياضيات بالمرحلة المتوسطة.
4- توجيه أنظار الباحثين في مجال تعليم الرياضيات وتعلّمها نحو موضوع الجدل الرياضي كمتغير جدير بالدراسة وحديث؛ لتناوله من زوايا مختلفة.
5- ندرة الدراسات العربية التي تتناول الجدل الرياضي في صفوف الرياضيات في كافة المراحل الدراسية

مصطلحات الدراسة

الممارسات التدريسية Teaching Practices

عرّف شحاتة والنجار (2011) المهارات التدريسية بأنها مجموعة السلوكيات والأفعال التدريسية التي يقوم بها المعلم في نشاطه التعليمي داخل وخارج الصف الدراسي لتحقيق أهداف منهج معين، ويقصد بها القدرة على القيام بأدوار محددة تتعلق بإحدى مهام أو وظائف المعلم في الموقف التدريسي.

ويعرفها الباحث إجرائياً بأنها ما يقوم به معلم الرياضيات من سلوكيات وأفعال وتوجيهات مباشرة وغير مباشرة أثناء تدريس مواضيع الرياضيات المختلفة؛ لإكساب طلاب المرحلة المتوسطة مهارات الجدل الرياضي الجماعي عند تقديم المعرفة الرياضية المضمنة في دروس الرياضيات.

الجدل الرياضي Mathematical argumentation

يعرف سكوارز وهيرشكويتز وبروساك (Schwarz, hershkowitz &Prusak, 2010) الجدل بشكل عام بأنه: نشاط لفظي واجتماعي يهدف إلى زيادة أو التقليل من قبول وجهة نظر مثيرة للجدل للمستمع أو القارئ من خلال تقديم مجموع من الافتراضات التي تهدف إلى تبرير أو دحض وجهة نظر.

ويعرف انقرام وآخرون (Ingram,et al., 2020) الجدل الجماعي بأنه تفاوض تفاعلي حول حلول جماعية.

ويعرَّف زهونق و كونير (Zhuang & Conner, 2022) الجدل الرياضي الجماعي بأنه ممارسة في بيئة اجتماعية، حيث يقوم كلٌّ من المعلمين والطلاب بتكوين ادعاءات رياضية وتقديم أدلَّة لدعم الادعاءات.

ويعرف الباحث الجدل الرياضي الجماعي إجرائيًا بأنه: مناقشة صفية جماعية تفاعلية هادفة وفقًا لإرشادات واضحة في بيئة صفية ملائمة تستثير الفضول لدى طلاب المرحلة المتوسطة نحو تعلم المعرفة الرياضية عن طريق طرح أسئلة وحجج رياضية تحفزهم للاستفسار والتحدي، وتعزز لديهم طرح الادعاءات والأفكار الرياضية المدعومة بالأدلة المنطقية، ومشاركتها مع المعلم والأقران.

حدود الدراسة:

الحدود الموضوعية: اقتصرت الدراسة على الكشف عن واقع ومستوى الممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي الجماعي في صفوف الرياضيات بالمرحلة المتوسطة؛ وجرى تناول الأبعاد الآتية: وضع الأنظمة والإرشادات لتيسير الجدل الرياضي الجماعي، وطرح التساؤلات الهادفة والمثيرة للجدل الرياضي، وتحفيز الطلاب لطرح الادعاءات والأفكار الرياضية، وتيسير المشاركة الجماعية للأفكار الرياضية.

الحدود المكانية: اقتصرت الدراسة على المدارس المتوسطة الحكومية للبنين التابعة لمكتب تعليم الوسط بإدارة تعليم بيشة.

الحدود الزمانية: طبِّقت الدراسة في الفصل الدراسي الثالث من العام 1443- 1444هـ.

منهج الدراسة

استخدمت الدراسة المنهج الوصفي المسحي لملائمته هدف الدراسة، وهو التعرف على مستوى الممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي الجماعي في صفوف الرياضيات بالمرحلة المتوسطة. ويعنى الأسلوب الوصفي بدراسة الواقع في الوضع الراهن، ويهتم بوصفه وصفًا دقيقًا، وتوضيح العوامل ذات العلاقة، ويعبّر عنه كيفيًّا أو كميًّا (عودة وملكاوي، 1992؛ عبيدات وعبدالحق وعدس، 2013).

مجتمع الدراسة وعينتها

مجتمع الدراسة

تألف مجتمع الدراسة من جميع معلمي الرياضيات في المرحلة المتوسطة بمكتب تعليم الوسط التابع لإدارة تعليم بيشة، والبالغ عددهم (65) معلمًا للعام الدراسي 1443- 1444 هـ.

عينة الدراسة

شملت عينة الدراسة (24) معلمًا، يمثلون (37%) من مجتمع الدراسة، جرى اختيارهم بالطريقة العشوائية البسيطة.

توزيع أفراد العينة

جدول (3) توزيع أفراد العينة وفقًا لمتغير الخبرة التدريسية

المتغير	العدد		النسبة المئوية
الخبرة التدريسية	1-10 سنوات	11	45.8
	أكثر من 10 سنوات	13	54.2

يتضح من الجدول (3) توزيع أفراد العينة وفقًا لمتغير عدد سنوات الخبرة التدريسية، حيث يظهر أن عدد أفراد العينة التي تتراوح خبرتهم من 1-10 سنوات (11) ويمثلون نسبة (45.8%) من إجمالي أفراد العينة، بينما يبلغ عدد أفراد العينة التي تزيد خبراتهم التدريسية عن 10سنوات (13) يمثلون نسبة (54.2%) من إجمالي أفراد العينة.

أداة الدراسة

بطاقة الملاحظة: استخدمت الدراسة الملاحظة المنظمة لجمع البيانات من العينة بهدف التقييم الواقعي لمستوى الممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي الجماعي في صفوف الرياضيات بالمرحلة المتوسطة؛ لكون هذه الأداة تساعد في الوصول إلى معلومات أعمق وأدق، وتتيح معرفة وتقييم النشاط في وضعه الراهن (قنديلجي والسامرائي، 2009).

خطوات بناء بطاقة الملاحظة: مرَّ تصميم بطاقة الملاحظة بالخطوات الآتية:

1- الاطلاع على الأدب التربوي والدراسات السابقة والمؤسسات العلمية التي تعنى بموضوع الجدل الرياضي، والاستفادة من العديد منها في مجالات عدة، كتحديد موضوع الدراسة، ومحاور الأداة، والممارسات التدريسية التي تندرج تحت كلِّ محور. ومن تلك المراجع (Rumsey, et al. 2023; Rumsey, et al. 2016; Ingram, et al., 2020).

2- تحديد محاور بطاقة الملاحظة، ووضع مؤشرات كلِّ محور في صورتها الأولية، وبلغ عدد المؤشرات (39) مؤشرًا تمثل ممارسات تدريسية معززة للجدل الرياضي، وجاءت موزعة على أربعة محاور.

3- عرض بطاقة الملاحظة في صورتها الأولية على مجموعة من الخبراء في مجال تعليم الرياضيات وتعلمها، وشمل فئات متنوعة (أساتذة جامعات، مشرفو ومشرفات رياضيات، معلمي ومعلمات رياضيات)؛ بهدف تقييم الأداة من جوانب عدة: ملاءمة الأبعاد، واتساق المؤشرات المقترحة مع الجدل الرياضي، وارتباط المؤشرات بالأبعاد، والسلامة اللغوية، وإمكانية الملاحظة. واستنادًا إلى آراء المحكمين أجريت التعديلات اللازمة، وشمل ذلك الحذف، والإضافة، والتعديل. والجدول الآتي يوضح بعض الأمثلة للتعديلات:

جدول (4) أمثلة من ملاحظات المحكمين على بطاقة الملاحظة في صورتها الأولية

الحذف	التعديل	الإضافة
يطرح المعلم أسئلة تحفز الطلاب للتعمق في جذور المشكلة الرياضية	يقدم المعلم إرشادات وقواعد واضحة وعادلة للمناقشات الصفية	يطرح المعلم أسئلة تساعد الطالب في بناء الحجة الرياضية

4- إخراج الأداة بالصورة النهائية: بعد الاستفادة من مرئيات الخبراء، جاءت الأداة على النحو الآتي:

أ- البيانات الأساسية: شملت اسم المعلم (اختياري)، موضوع الدرس، الخبرة التدريسية، المؤهل.

ب- محاور بطاقة الملاحظة: جاءت على النحو الآتي:

جدول (5) وصف للصورة النهائية لبطاقة الملاحظة

م	المحور	الوصف	عدد الممارسات التدريسية
1	وضع الأنظمة والإرشادات لتيسير الجدل الرياضي الجماعي	يشمل ممارسات تدريسية تؤكد على وضوح التدريس؛ لتنمية مهارات الجدل الرياضي	5
2	طرح التساؤلات الهادفة والمثيرة للجدل الرياضي	يشمل ممارسات تدريسية مرتبطة بطبيعة الأسئلة والمهام الرياضية المثيرة لتفكير الطلاب؛ وتهيئهم للجدل الرياضي.	8
3	تحفيز الطلاب لطرح الادعاءات والأفكار الرياضية	يشمل الممارسات التدريسية التي توجه الطلاب وتحفزهم للمناقشة الرياضية المنتجة، وطرح الأفكار، والتعامل مع المشكلات الرياضية الغير مألوفة	7
4	تيسير المشاركة الجماعية للأفكار الرياضية	يشمل الممارسات التدريسية التي تدعم وتيسر التفاعل الصفي مع المعلم والأقران؛ للوصول للحل الصحيح.	6

5- توزيع فترات بطاقة الملاحظة:

جرى توزيع فترات بطاقة الملاحظة وفق أربع مستويات لتحديد مستوى ممارسة معلم الرياضيات لكل مؤشر؛ حيث حددت الدرجة (4) للمستوى الأعلى، و(3) للمستوى المتوسط، و(2) للمستوى المنخفض، و(1) للمستوى المنخفض جدًّا. والجدول (6) يوضح توزيع الفئات وفقًا للتدرج المستخدم في بطاقة الملاحظة.

جدول (6) توزيع الفئات وفقًا للتدرج المستخدم في بطاقة الملاحظة

الأداة	مستوى الأداء	مدى المتوسطات
بطاقة الملاحظة	عال	أعلى من 3.25 – 4
	متوسط	أعلى من 2.50 – 3.25
	منخفض	أعلى من 1.75 – 2.50
	منخفض جدًّا	1 -1.75

6- تصميم سلم تقدير للممارسات التدريسية المضمنة في بطاقة الملاحظة: قام الباحث بعمل توصيف دقيق لكل مستوى (عال – متوسط – منخفض – منخفض جدًّا) يقابل كلَّ ممارسة تدريسية؛ بهدف الوصول إلى تقييم دقيق للأداء التدريسي المعزز للجدل الرياضي الجماعي في صفوف الرياضيات بالمرحلة المتوسطة، وجرى عرضه على مجموعة خبراء للمراجعة وتطبيقه قبل الاعتماد. والجدول (7) يبين مثالًا لكيفية وصف الممارسة التدريسية وفقًا للمستويات المعتمدة.

جدول (7) مثال لسلم تقدير وصف ممارسة تدريسية معززة للجدل الرياضي

الممارسة التدريسية	وصف مستوى الممارسة التدريسية			
	عالٍ	متوسط	منخفض	منخفض جدًّا
يطرح المعلم أسئلة تساعد الطالب في بناء الحجة الرياضية	يطرح المعلم ثلاثة أسئلة فأعلى تحفز لربط أفكار الدرس المتنوعة وتقديم حجة رياضية متكاملة	يطرح سؤالين تحفز لربط أفكار الدرس المتنوعة؛ تحفز لتقديم حجة رياضية	يطرح المعلم سؤالاً لربط أفكار الدرس المتنوعة	لا يطرح المعلم أسئلة تربط بين أفكار الدرس المتنوعة، لتحفز تقديم حجة رياضية

7- حساب ثبات الأداة باستخدام اتفاق الملاحظين.

صدق الأداة وثباتها

صدق المحكمين: للتعرف على صدق الأداة عُرضت على مجموعة من أساتذة المناهج وطرق تدريس الرياضيات، ومجموعة من المشرفين التربويين والمعلمين، وجمع مرئياتهم فيها (ملائمة الأبعاد من حيث الفكرة والصياغة، اتساق الفقرات مع الجدل الرياضي بشكل عام والبعد الذي تنتمي إليه، والسلامة اللغوية، وإمكانية الملاحظة). واستنادًا إلى آرائهم أعيدت صياغة بعض الفقرات لغويًّا، وعدِّلت وحذت وأضيفت بعض الفقرات، وجرى اعتماد الفقرات التي بلغ معدل اتفاق المحكمين عليها (80%) فما فوق.

ثبات الأداة: جرى حساب ثبات أداة الدراسة باستخدام أسلوب اتفاق الملاحظين؛ حيث زار اثنان من مشرفي الرياضيات خمسة معلمين صفياً وتقييمهم باستخدام بطاقة الملاحظة بطريقة مستقلة، ثم حساب معامل الاتفاق وفق معادلة كوبر (Cooper). والجدول (8) يوضح نسب الاتفاق بين الملاحظتين:

جدول (8) نتائج اتفاق الملاحظين

المعلم الأول	المعلم الثاني	المعلم الثالث	المعلم الرابع	المعلم الخامس	معدل الاتفاق للكل
%65	%71	%73	%73	%70	%70.2

يتضح من الجدول (8) أن معدل الاتفاق بين الملاحظين على الأداة ككل بلغ (70.2)؛ وهو معدل ثبات مقبول.

إجراءات الدراسة:

مرَّت الدراسة بالإجراءات الآتية:

1- الاطلاع على الأدب التربوي والدراسات السابقة، وأدبيات المؤسسات التعليمية ذات العلاقة والمعنية بمجال الجدل الرياضي.

2- بناء أداة استنادًا إلى أهداف الدراسة، وعرضها على مجموعة من المحكمين، والتأكّد من صدقها وحساب ثباتها.

3- الحصول على الموافقة من إدارة التعليم بمحافظة بيشة لتطبيق الدراسة في مكتب تعليم الوسط بتاريخ 1444/10/19هـ.

4- التنسيق مع أحد مشرفي الرياضيات (حاصل على درجة الماجستير في المناهج وطرق تدريس الرياضيات)؛ لتطبيق الدراسة، ثم عقد لقاءات عدة لمناقشة الأداة، وسلم التقدير، وآلية تطبيقها.

5- تطبيق الأداة للتحقق من إمكانية الملاحظة، والتعرف على دقة سلم التقدير في تحديد مستوى الأداء التدريسي.

6- زيارة (24) معلمًا بواقع زيارتين لكل معلم، وحساب معدل الزيارتين لكل معلم.

7- تحليل النتائج وعرضها، ومناقشتها، وتفسيرها، والخلوص إلى تقديم التوصيات والمقترحات.

نتائج الدراسة ومناقشتها

للإجابة عن السؤال الرئيس للدراسة: **ما مستوى الممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي الجماعي في صفوف الرياضيات بالمرحلة المتوسطة؟** تمت الإجابة عن الأسئلة الفرعية الآتية:

السؤال الأول: ما مستوى الممارسات التدريسية لمعلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في وضع الأنظمة والإرشادات لتيسير الجدل الرياضي الجماعي؟ وقد أجيب عن السؤال عن طريق حساب المتوسطات والانحرافات المعيارية، وتحديد المستوى والترتيب لكل ممارسة تدريسية. والجدول الآتي يبين النتائج.

جدول (9) مستوى الممارسات التدريسية لمعلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في وضع الأنظمة والإرشادات لتيسير الجدل الرياضي الجماعي

م	الممارسة التدريسية	المتوسط	الانحراف المعياري	المستوى	الترتيب
1	يوزع المعلم الطلاب في مجموعات تعاونية تفاعلية	2.38	1.313	منخفض	5
2	يوضح المعلم أهداف الدرس وأهميته للطلاب	3.00	0.590	متوسط	2
3	يوضح المعلم خطوات سير الدرس	2.54	0.588	متوسط	4
4	يقدم المعلم إرشادات وقواعد واضحة وعادلة للمناقشات الصفية	2.96	0.806	متوسط	3
5	يوجه الطلاب إلى استخدام لغة رياضية سليمة أثناء المناقشات الصفية	3.21	0.779	متوسط	1
المتوسط العام للمحور		**2.82**	**0.654**	**متوسط**	

يتضح من الجدول (9) أن المتوسط العام لمستوى الممارسات التدريسية لمعلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في وضع الأنظمة والإرشادات لتيسير الجدل الرياضي الجماعي بلغ (2.82) بمستوى أداء "متوسط". وقد جاءت الممارسة التدريسية "يوجه الطلاب إلى استخدام لغة رياضية سليمة أثناء المناقشات الصفية" كأعلى متوسط، حيث بلغ (3.21) بمستوى "متوسط"، وقد يعزى ذلك إلى طبيعة المادة؛ حيث تعتمد على مصطلحات ومفاهيم محددة في كل درس، بالإضافة إلى تعدد المجالات التي يركز عليها المعلم أثناء التدريس منها جودة الحوارات والمناقشات الرياضية الصفية ودقتها. وجاءت الممارسة التدريسية " يوزع المعلم الطلاب في مجموعات تعاونية تفاعلية" كأقل متوسط، حيث بلغ (2.38) بمستوى "منخفض"، وقد يعزى ذلك لتنوع استراتيجيات وطرق التدريس التي يستخدمها المعلمون وعدم التركيز على التعلم التعاوني من خلال المجموعات.

السؤال الثاني: ما مستوى الممارسات التدريسية لمعلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في طرح التساؤلات الهادفة والمثيرة للجدل الرياضي؟ وقد أجيب عن السؤال عن طريق حساب المتوسطات والانحرافات المعيارية، وتحديد المستوى والترتيب لكل ممارسة تدريسية. والجدول الآتي يبين النتائج.

جدول (10) مستوى الممارسات التدريسية لمعلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في طرح التساؤلات الهادفة والمثيرة للجدل الرياضي

م	الممارسة التدريسية	المتوسط	الانحراف المعياري	المستوى	الترتيب
1	يطرح المعلم أسئلة هادفة ترتبط بالمعرفة الرياضية للدرس	3.04	0.624	متوسط	1
2	يطرح المعلم أسئلة تثير الاستفسار والتحدي لدى الطلاب	2.58	0.881	متوسط	5
3	يطرح المعلم أسئلة سابرة للتحقق من عمق المعرفة الرياضية	2.46	0.779	منخفض	6
4	يطرح المعلم أسئلة مفتوحة النهاية	1.88	1.154	منخفض	8
5	يراعي المعلم التسلسل المنطقي عند طرح الأسئلة	3.00	0.885	متوسط	2
6	يطرح المعلم أسئلة تساعد الطالب في بناء الحجة الرياضية	2.67	0.637	متوسط	4
7	يطرح المعلم أسئلة تتضمن معلومات ثرية تحفز للجدل الرياضي	2.04	0.751	منخفض	7
8	يطرح المعلم أسئلة تحفز الطالب لربط عناصر المعرفة الرياضية	2.92	0.776	متوسط	3
المتوسط العام للمحور		**2.57**	**0.700**	**متوسط**	

يتضح من الجدول (10) أن المتوسط العام لمستوى الممارسات التدريسية لمعلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في طرح التساؤلات الهادفة والمثيرة للجدل الرياضي بلغ (2.57) بمستوى أداء "متوسط". وقد جاءت الممارسة التدريسية "يطرح المعلم أسئلة هادفة ترتبط بالمعرفة الرياضية للدرس" كأعلى متوسط، حيث بلغ (3.04) بمستوى "متوسط"، وقد يعزى ذلك إلى تركيز المعلم على تحقيق نواتج التعلم المستهدفة في كل درس، بالإضافة إلى ما يوفره الكتاب المدرسي من أسئلة بمستويات مختلفة. في حين جاءت الممارسة التدريسية " يطرح المعلم أسئلة مفتوحة النهاية " كأقل متوسط، حيث بلغ (1.88) بمستوى "منخفض"، وقد يعزى ذلك إلى قصور في منح الوقت الكافي للطلاب لطرح أفكارهم، والتركيز على المعرفة الأساسية، وقصور في مراعاة مهارات التفكير العليا.

السؤال الثالث: ما مستوى الممارسات التدريسية لمعلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في تحفيز الطلاب لطرح الادعاءات والأفكار الرياضية؟ وقد أجيب عن السؤال عن طريق حساب المتوسطات والانحرافات المعيارية، وتحديد المستوى والترتيب لكل ممارسة تدريسية. والجدول الآتي يوضح النتائج.

جدول (11) مستوى الممارسات التدريسية لمعلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في تحفيز الطلاب لطرح الادعاءات والأفكار الرياضية

م	الممارسة التدريسية	المتوسط	الانحراف المعياري	المستوى	الترتيب
1	يحث المعلم الطلاب لتقديم الادعاءات والتخمينات الرياضية	2.50	0.780	منخفض	4
2	يحفز المعلم الطلاب لنقد الادعاءات المطروحة وتفنيدها وفقًا لأسس علمية صحيحة	2.46	0.884	منخفض	5
3	يناقش المعلم الطلاب في كيفية توظيف المعرفة الرياضية في مواقف مشابهة	2.88	0.741	متوسط	2
4	يحفز المعلم الطلاب لتبرير وتفسير وشرح الادعاءات والحجج الرياضية	2.46	0.977	منخفض	6
5	يستخدم المعلم استراتيجيات وسقالات تعليمية تعزز الجدل الرياضي	2.96	0.859	متوسط	1
6	يوجه المعلم الطلاب لجمع معلومات متنوعة عن الموقف الرياضي تدعم الوصول إلى حلول صحيحة	2.33	0.868	منخفض	7
7	يشجع الطلاب للتعامل مع موقف رياضي غير مألوف ليصبح مألوفًا	2.71	0.751	متوسط	3
المتوسط العام للمحور		2.61	0.837	متوسط	

يتضح من الجدول (11) أن المتوسط العام لمستوى الممارسات التدريسية لمعلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في تحفيز الطلاب لطرح الادعاءات والأفكار الرياضية بلغ (2.61) بمستوى أداء "متوسط". وقد جاءت الممارسة التدريسية "يستخدم المعلم استراتيجيات وسقالات تعليمية تعزز الجدل الرياضي" كأعلى متوسط، حيث بلغ (2.96) بمستوى "متوسط"، قد يعزى إلى أن ممارسة دعم وتوجيه الطلاب وتقديم التغذية معتادة بشكل عام دون التركيز على توجه محدد. في حين جاءت الممارسة التدريسية "يوجه المعلم الطلاب لجمع معلومات متنوعة عن الموقف الرياضي تدعم الوصول إلى حلول صحيحة" كأقل متوسط، حيث بلغ (2.33) بمستوى "منخفض"، قد يعزى

ذلك إلى التركيز على المعرفة الرياضية الأساسية في الدرس، وقصور في التخطيط والإعداد لمواقف ومهام رياضية غنية ومحفزة لجمع المعلومات ومناقشتها.

السؤال الرابع: ما مستوى الممارسات التدريسية لمعلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في تيسير المشاركة الجماعية للأفكار الرياضية؟ وقد أجيب عن السؤال عن طريق حساب المتوسطات والانحرافات المعيارية، وتحديد المستوى والترتيب لكل ممارسة تدريسية. والجدول الآتي يوضح النتائج.

جدول (12) مستوى الممارسات التدريسية لمعلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في تيسير المشاركة الجماعية للأفكار الرياضية

م	الممارسة التدريسية	المتوسط	الانحراف المعياري	المستوى	الترتيب
1	يحفز الطلاب لمشاركة أفكارهم مع أقرانهم	3.08	0.776	متوسط	2
2	يحترم آراء الطلاب وأفكارهم	3.54	0.509	عال	1
3	يراعي العدالة في المناقشات الصفية	3.00	1.063	متوسط	3
4	يوجه الطلاب لتطوير أفكارهم مع بعضهم البعض تعاونيًا	2.92	0.929	متوسط	4
5	يمنح الطلاب الوقت الكافي لإقناع أقرانهم بصحة الادعاءات وتبريرها	2.67	1.007	متوسط	6
6	يحث الطلاب للتفاعل مع بعضهم للوصول إلى حلول جماعية صحيحة	2.79	1.103	متوسط	5
المتوسط العام للمحور		**3.00**	**0.898**	**متوسط**	

يتضح من الجدول (12) أن المتوسط العام لمستوى الممارسات التدريسية لمعلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في تيسير المشاركة الجماعية للأفكار الرياضية بلغ (3.00) بمستوى أداء "متوسط". وقد جاءت الممارسة التدريسية "يحترم آراء الطلاب وأفكارهم " كأعلى متوسط، حيث بلغ (3.54) بمستوى "عالٍ"، ويعزى ذلك إلى اهتمام المعلمين وتقديرهم لطلابهم وحرصهم على الارتقاء بهم. في حين جاءت الممارسة التدريسية " يمنح الطلاب الوقت الكافي لإقناع أقرانهم بصحة الادعاءات وتبريرها " كأقل متوسط، حيث بلغ (2.67) بمستوى "منخفض"، وقد يعزى ذلك للتركيز على المشاركات الفردية والقصور في تفعيل المجموعات التعاونية أثناء التدريس، والتركيز على التقييم الفردي للطلاب.

الإجابة عن السؤال الرئيس: ما مستوى الممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي الجماعي في فصول الرياضيات بالمرحلة المتوسطة؟

جدول (13) المتوسطات والمستويات لأبعاد الملاحظة والأداة ككل

م	المحور	المتوسط	المستوى	الترتيب
1	وضع الأنظمة والإرشادات لتيسير الجدل الرياضي الجماعي	2.82	متوسط	2
2	طرح التساؤلات الهادفة والمثيرة للجدل الرياضي	2.57	متوسط	4
3	تحفيز الطلاب لطرح الادعاءات والأفكار الرياضية	2.61	متوسط	3
4	تيسير المشاركة الجماعية للأفكار الرياضية	3.00	متوسط	1
	الأداة بشكل عام	2.75	متوسط	

يتضح من الجدول (13) أن المستوى العام للممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي الجماعي في فصول الرياضيات بالمرحلة المتوسطة جاء "متوسطًا"، حيث بلغ المتوسط العام (2.75 – 4.00). وجاءت الأبعاد من الأعلى إلى الأدنى كالآتي: تيسير المشاركة الجماعية للأفكار الرياضية، وضع الأنظمة والإرشادات لتيسير الجدل الرياضي الجماعي، وتحفيز الطلاب لطرح الادعاءات والأفكار الرياضية، وطرح التساؤلات الهادفة والمثيرة للجدل الرياضي.

السؤال الخامس: هل توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى دلالة $\alpha \leq 0.05$ في مستوى الممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي الجماعي في فصول الرياضيات بالمرحلة المتوسطة تعزى إلى متغير الخبرة التدريسية؟ وقد أجيب عن هذا السؤال عن طريق استخدام اختبار "مان وتني" (Mann- Whitney- U Test) لدراسة الفروق بين مجموعتين مستقلتين. والجدول الآتي يوضح النتائج المتصلة بالسؤال.

جدول (14) اختبار "مان وتني" (Mann- Whitney- U Test) للتعرف على الفروق بين مستوى الممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي الجماعي وفقًا لمتغير الخبرة التدريسية

متغير الدراسة	فئة المتغير	العدد	متوسط الرتب	مجموع الرتب	قيمة U	مستوى الدلالة Sig	دلالتها عند (05،)
الخبرة التدريسية	1-10 سنوات	11	13.27	146.00	63.00	0.622	غير دالة
	أكثر من 10 سنوات	13	11.85	154.00			

يتضح من الجدول (14) أن مستوى الدلالة عند $0.05 \geq \alpha$ بلغ (0.622)؛ مما يعني قبول الفرضية الصفرية الآتية: لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية في مستوى الممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي في صفوف الرياضيات بالمرحلة المتوسطة تعزى إلى متغير الخبرة التدريسية.

مناقشة النتائج وتفسيرها

تناولت الدراسة تشخيص واقع الممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي الجماعي في صفوف الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في ضوء أربعة أبعاد وتقييمها، وتبين أن المستوى العام للممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي الجماعي "متوسط" وقد تعزى هذه النتيجة إلى قصور في برامج التنمية المهنية التي تعنى بالمعرفة التربوية في التوجهات الحديثة في تعليم وتعلم الرياضيات، إضافة إلى أن عملية تسهيل المناقشات الصفية والجدل الرياضي الجماعي يعد عملية معقدة، يؤكد ذلك ما أشار إليه دوكام وآخرون (Ducham, et al.2022) فقد أكدوا على أن تسهيل المناقشات الصفية عملية معقدة. وتؤكد دراسة كيم (Kim, 2022) على أهمية وجود دليل رياضي في صورة مناقشات جدالية، إضافة إلى أهمية تدريب المعلمين على الجدل الرياضي. وتتفق نتيجة الدراسة الحالية مع دراسة هاويل (Howel., 2013) التي توصلت إلى وجود قصور في أداء المعلمين في المواقف المعززة للجدل الرياضي.

وتوصلت الدراسة الحالية إلى وجود اتفاق في مستوى الممارسات التدريسية لكافة الأبعاد واختلاف في المتوسطات؛ حيث جاء البعد "طرح التساؤلات الهادفة والمثيرة للجدل الرياضي" كأقل متوسط، حيث بلغ (2.57)؛ وهذا يتسق مع النتيجة العامة؛ لأن الأسئلة وطبيعتها من أهم العوامل المهمة في الجدل الرياضي. وقد أشار هنتر (Hunter,

2007) إلى أن تحديد الأسئلة المناسبة التي تحفز الطلاب للاستفسار والتحدي أحد أسس الجدل الرياضي. وقد تعزى هذه النتيجة إلى تركيز المعلمين على المعرفة الرياضية للدرس دون التركيز على إكساب الطلاب مهارات الجدل الرياضي؛ لأن تعزيز الجدل يتطلب الإلمام بالعديد من الاستراتيجيات، وهذا ما أكدته العديد من الدراسات، كدراسة (Nonik, et al., 2020; Tristanti, et al., 2020). وجاء البعد "تحفيز الطلاب لطرح الادعاءات والأفكار الرياضية" بمتوسط (2.61)؛ وقد تعزى هذه النتيجة إلى معتقدات وتوقعات المعلمين نحو طلابهم، وقصور في الطرق التي يقدمها المعلمون لدعم الجدل الرياضي؛ يؤكد ذلك ما أشارت إليه دراسة كوسكو وآخرين (Kosko, et al., 2014) وتأكيدها اختلاف وجهات نظر المعلمين حول الطريقة المناسبة لتطبيق الجدل الرياضي داخل الصف الدراسي. وجاء البعد "وضع الأنشطة والإرشادات لتيسير الجدل الرياضي الجماعي" بمتوسط (2.82)، وقد يعزى ذلك إلى أن إجراءات توضيح أهداف الدرس بشكل عام معتادة، وقد تكون هناك حاجة إلى توضيح أهمية مراعاة وتحقيق متطلبات ومهارات التوجهات الحديثة بداية الدرس. وجاء البعد "تيسير المشاركة الجماعية للأفكار الرياضية" كأعلى متوسط، حيث بلغ (3.00)، لأن المناقشة الجماعية تعد من أسس الجدل الرياضي (Hunter, 2007)، وقد تعزى النتيجة في تفوق هذا البعد على الأبعاد الأخرى إلى احترام المعلمين طلابهم ووجهات نظرهم، وتقدير مشاركاتهم، حيث كشفت الدراسة الحالية عن أن احترام المعلمين لآراء طلابهم وأفكار جاءت كأعلى متوسط للأداة ككل؛ مما يعني أهمية تعزيز الممارسة، مع التأكيد على منحهم الوقت الكافي للتفكير وطرح الأفكار. أما ما يتعلق بعدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية في مستوى الممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضي تعزى إلى متغير الخبرة التدريسية، فقد يعزى ذلك إلى أن موضوع الجدل الرياضي لم يحظ بتركيز في برامج التطوير المهني إلى الفترة الحالية، سواء فيما يتعلق بالجانب المعرفي أم الجانب الإجرائي.

التوصيات: وفقًا لما توصلت إليه الدراسة من نتائج، يمكن تقديم التوصيات الآتية:

- تقديم البرامج التدريبية التي تنمي المعرفة التربوية بالجدل الرياضي لدى معلمي الرياضيات ومعلماتها، وتدريبهم على طرق وأساليب مراعاته في الصف الدراسي إجرائيًا.
- التأكيد على احترام آراء الطلاب وأفكارهم، ومنحهم الفرصة للتعبير بلغتهم الخاصة.
- تدريب المعلمين على طرح التساؤلات والمهام الرياضية المحفزة لحوارات ومناقشات رياضية صفية هادفة تسهم تعميق المعرفة الرياضية.
- إتاحة الفرصة للطلاب لتقديم النقد للمشاركات الصفية من الأقران وتفنيدها؛ وفقًا لأسس وخطوات علمية واضحة ومناسبة للمرحلة الدراسية.

- منح الطلاب الوقت الكافي لطرح أفكارهم، مع مراعاة الوقت المناسب للموقف والمهمة الرياضية.

المقترحات: بناء على النتائج التي توصلت إليها الدراسة، يمكن اقتراح الدراسات الآتية:

- تقييم مستوى الجدل الرياضي شفهيًّا وكتابيًّا لدى الطلاب في مختلف المراحل التعليمية.
- تصميم البرامج التدريبية القائمة على الجدل الرياضي، وقياس أثرها في تحسين الممارسات التدريسية لدى المعلمين، والتحصيل الرياضي ومهارات التفكير المختلفة لدى الطلاب.
- تحليل محتوى الأسئلة الصفية، الفترية، والنهائية لدى معلمي الرياضيات ومعلماتها في ضوء مهارات الجدل الرياضي.
- تصميم الاستراتيجيات والنماذج والبرامج التعليمية وفقًا للنظريات والتوجهات الحديثة، وقياس تأثيرها في تنمية المهارات التدريسية المعززة للجدل الرياضي.
- تحليل محتوى كتب الرياضيات المدرسية في ضوء مهارات الجدل الرياضي.
- تصميم النماذج والاستراتيجيات التدريسية القائمة على الجدل الرياضي، وقياس أثرها في تنمية المتغيرات الوجدانية الحديثة في تعليم الرياضيات وتعلمها.
- دراسة نوعية للتعرف على معتقدات معلمي الرياضيات نحو قدرات طلابهم في مهارات الجدل الرياضي، والعوامل المؤثرة فيها.
- دراسة التحديات التي تواجه معلمي الرياضيات عند مراعاة الجدل الرياضي في فصول الرياضيات في المراحل الدراسية المختلفة.

المراجع:

شحاته، حسن سيّد؛ النجار، زينب (2011). *معجم المصطلحات التربوي والنفسية*. الدار المصرية اللبنانية.

العبدالكريم، راشد. (2011). النظرية البنائية الاجتماعية وتطبيقاتها التدريسية في المنهج. مركز بحوث كلية التربية، جامعة الملك سعود، 7-38.

عبيدات، ذوقان وعبدالحق، كايد وعدس، عبدالرحمن. (2013). *البحث العلمي مفهومه وأدواته وأسسه*. ط15، عمان: دار الفكر ناشرون وموزعون.

عودة، أحمد سليمان وملكاوي، فتحي حسن. (1992). *أساسيات البحث العلمي في التربية والعلوم الانسانية*. إربد: مكتبة الكتاني.

قنديلجي، عامر والسامرائي، إيمان. (2009). *البحث العلمي الكمي والنوعي*. عمان: دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع.

المالكي، عبدالرحمن. (2018). استراتيجيات التدريس الحديثة المرجع الجديد لأحدث البرامج والنماذج والاستراتيجيات. الرياض: مكتبة الرشد ناشرون.

هيئة تقويم التعليم والتدريب (2023) *وثيقة مجال تعلم الرياضيات*. (الإصدار الثاني).

Al'bdālkrym, Rāshid. (2011). al-naẓarīyah al-binā'īyah al-ijtimā'īyah wa-taṭbīqātuhā al-tadrīsīyah fī al-manhaj. Markaz Buḥūth Kullīyat al-Tarbiyah, Jāmi'at al-Malik Sa'ūd, 7-38.

al-Mālikī, 'Abd-al-Raḥmān. (2018). Istirātījīyāt al-tadrīs al-ḥadīthah al-Marji' al-jadīd li-aḥdath al-barāmij wa-al-namādhij wa-al-istirātījīyāt. al-Riyāḍ : Maktabat al-Rushd Nāshirūn.

Bieda, K. N., & Lepak, J. (2014). Are You Convinced? Middle-Grade Students' Evaluations of Mathematical Arguments. *School Science and Mathematics, 114*(4), 166-177. https://doi.org/10.1111/ssm.12066

COMMON CORE STATE STANDARDS FOR Mathematics (2010). https://learning.ccsso.org/wp-content/uploads/2022/11/ADA-Compliant-Math-Standards.pdf

Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A., & Francisco, R. T. (2014). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. Educational Studies in Mathematics, 86, 401-429. DOI 10.1007/s10649-014-9532-8

Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A., & Francisco, R. T. (2014). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. Educational Studies in Mathematics, 86, 401-429. DOI 10.1007/s10649-014-9532-8

Dede, A. T. (2018). Matematik eğitimi alanındaki ortaklaşa argümantasyon çalışmalarının incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT), 9*(3), 636-661. DOI: 10.16949/turkbilmat.386722

Ducharme, A., Smith, C. P., & King, B. (2022). Pre-Service Teachers' Discourse Moves During Whole Class Mathematical Discussions: An Analysis and Proposed Framework. *Journal of Mathematics Education at Teachers College, 13*(2), 9-17. http://dx.doi.org/10.52214/jmetc.v13i2.9385

Education and Training Evaluation Commission (2023). *Mathematics learning standards document*. Second Edition: Saudi Arabia.

Evagorou, M., Papanastasiou, E., & Vrikki, M. (2023). What do we really know about students' written arguments? Evaluating written argumentation skills. European Journal of Science and Mathematics Education, 11(4), 615-634. https://doi.org/10.30935/scimath/13284

Foster, J. K., Zhuang, Y., Conner, A., Park, H., & Singletary, L. (2020). One teacher's analysis of her questioning in support of collective argumentation. In *Mathematics Education Across Cultures: Proceedings of the 42nd Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Mexico* (pp. 2067-2070). https://cutt.us/yFV4i

Howell, T. (2013), " On the nature of and teachers' goals for students' mathematical argumentation in high school classrooms'. PhD thesis, Graduate School, University of North Carolina, USA. https://cutt.us/OoFaK

Shehata, H; Al -Najjar, Z. (2011). Dictionary of Educational and Psychological Terms. The Egyptian-Lebanese Publishing House.

Hunter, R. (2007). Can you convince me: Learning to use mathematical argumentation. In *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. 3, 81-88. https://cutt.us/EnvxK

Indrawatiningsih, N., Purwanto, P., As' ari, A. R., & Sa'dijah, C. (2020). Argument Mapping to Improve Student's Mathematical Argumentation Skills. *TEM Journal*, *9*(3), 1208.-1212. DOI: 10.18421/TEM93-48

Inglis, M., Mejia-Ramos, J. P., & Simpson, A. (2007). Modelling mathematical argumentation: The importance of qualification. Educational Studies in Mathematics, 66, 3-21. https://cutt.us/yeHEg

Ingram, J., Erath, K., Rønning, F., & Schüler-Meyer, A. (2020, October). Proceedings of the Seventh ERME Topic Conference on Language in the Mathematics Classroom. In Seventh ERME Topic Conference on Language in the Mathematics Classroom. https://hal.science/hal-02970540v2

Khalil, I; Hashim, R; Wardat, Y; Alasmari, N (2023). Exploring Primary School Mathematics Teachers' Strategies for Enhancing Students' Mathematical Writing Skills. journal of Educational and Social Research, 13(4). 196- 210. https://doi.org/10.36941/jesr-2023-0102

Kim, H. (2022). Secondary Teachers' Views about Proof and Judgements on Mathematical Arguments. *Research in Mathematical Education*, *25*(1), 65-89. https://doi.org/10.7468/jksmed.2022.25.1.65

Knudsen, J., Stevens, H., Lara-Meloy, T., Kim, H. J., & Shechtman, N. (2018). Mathematical argumentation in middle school: The what, why, and how. California: Corwin.

Kosko, K. W., Rougee, A., & Herbst, P. (2014). What actions do teachers envision when asked to facilitate mathematical argumentation in the classroom?. Mathematics Education Research Journal, 26, 459–476. DOI 10.1007/s13394-013-0116-1.

Kosko, K. W., Rougee, A., & Herbst, P. (2014). What actions do teachers envision when asked to facilitate mathematical argumentation in the classroom?. *Mathematics Education Research Journal*, *26*, 459-476. DOI 10.1007/s13394-013-0116-1

Kundsen, J. (October 23, 2017). 7 Steps for Engaging Students Through Mathematical Argumentation. (Retrieved 12 May 2023), https://bridgingmath.org/7-steps-for-engaging-students-through-mathematical-argumentation/

Lara- Meloy, T. (February 8, 2019). Mathematical Argumentation: How do you even start?. (Retrieved 12 May 2023), https://bridgingmath.org/mathematical-argumentation-how-do-you-even-start/

Lin, P. J. (2018). The development of students' mathematical argumentation in a primary classroom. Educação e Realidade, 43(3), 1171-1192. https://doi.org/10.1590/2175-623676887

Makar, K., Bakker, A., & Ben-Zvi, D. (2015). Scaffolding norms of argumentation-based inquiry in a primary mathematics classroom. *ZDM*, *47*, 1107-1120. DOI 10.1007/s11858-015-0732-1

Martins, M., Ponte, J. P., & Mata-Pereira, J. (2023). Preparing, leading, and reflecting on whole-class discussions: How prospective mathematics teachers develop their knowledge during lesson study. European Journal of Science and Mathematics Education, 11(1), 33-48. https://doi.org/10.30935/scimath/12432

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. L., & Fishbein, B. (2020). TIMSS 2019 International Results in Mathematics and Science. Retrieved from Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center website: https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/international-results/

Mullis, I.V.S, Martin, M.O., & von Davier, M. (Eds.). (2021). *TIMSS 2023 Assessment Frameworks*. Retrieved from Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center website: https://timssandpirls.bc.edu/timss2023

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston, VA: NCTM. https://cutt.us/y5oam

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2014). Principles to actions: Ensuring mathematical success for all. Reston, VA: NCTM..

Obeidat, Thouqan, Abdel-Haq, Kayed, & Adass, Abdel-Rahman (2013). *Scientific research: Its concept, tools, and foundations*. 15th edition. Amman: Dar Al-Fikr publishers and distributors.

Odeh, Ahmad Suleiman & Malakawi, Fathi Hassan (1992). *Fundamentals of scientific research in education and human sciences*. Irbid: Maktabat Al-Kattani.

Organization for Economic Cooperation and Development (OECD). (2017). PISA 2015 assessment and analytical framework. Science, reading, mathematic, financial literacy and collaborative problem solving. Paris: OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/9789264281820-en

Qandilji, Aamer & As-Samarra'ie, Iman (2009). *Quantitative and qualitative scientific research*. Amman: Dar Al-Yazuri Al-Elmiyyah House for publication and distribution.

Rumsey, C., & Langrall, C. (2016). Promoting mathematical argumentation. Teaching Children Mathematics, 22(7), 412–419. https://doi.org/10.5951/teacchilmath.22.7.0412

Rumsey, C., Guarino, J., & Sperling, M. (2023). Subtraction, Decomposition, and Argumentation. Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK-12, 2(116), 90-98. https://doi.org/10.5951/MTLT.2022.0168

Salazar-Torres, J., Vera, M., Contreras, Y., Gelvez-Almeida, E., Valbuena, O., Barrera, D., & Rincon, O. (2019, November). Mathematical argumentation in the classroom. In Journal of Physics: Conference Series (Vol. 1408, No. 1, p. 012023). IOP Publishing. doi:10.1088/1742-6596/1408/1/012023

Schwarz, B. B., Hershkowitz, R., & Prusak, N. (2010). Argumentation and mathematics. Educational dialogues: Understanding and promoting productive interaction, Chapter 6, 115- 141. https://cutt.us/TxJVu

Sommerhoff, D., Kollar, I., & Ufer, S. (2021). Supporting mathematical argumentation and proof skills: Comparing the effectiveness of a sequential and a concurrent instructional approach to support resource-based cognitive skills. Frontiers in Psychology, 11, 572165. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.572165

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. Mathematical Thinking and Learning, 10(4), 313–340. https://doi.org/10.1080/10986060802229675

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. Mathematical thinking and learning, 10(4), 313-340. https://doi.org/10.1080/10986060802229675

Toulmin, S. E. (2003). The uses of argument (Updated ed.). New York, NY: Cambridge University Press. https://cutt.us/rgUOG

Tristanti, L. B., & Nusantara, T. (2021). Improving students' mathematical argumentation skill through infusion learning strategy. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1783, No. 1, p. 012103). IOP Publishing. doi:10.1088/1742-6596/1783/1/012103

Vogel, F., Kollar, I., Fischer, F., Reiss, K., & Ufer, S. (2022). Adaptable scaffolding of mathematical argumentation skills: The role of self-regulation when scaffolded with CSCL scripts and heuristic worked examples. *International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning*, *17*, 39-64. https://doi.org/10.1007/s11412-022-09363-z

Yackel, E. (2002). What we can learn from analyzing the teacher's role in collective argumentation. Journal of Mathematical Behavior, 21 (4), 423–40. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00143-8

Zhuang, Y., & Conner, A. (2018). Analysis of Teachers' Questioning in Supporting Mathematical Argumentation by Integrating Habermas' Rationality and Toulmin's Model. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 1323- 1330. https://cutt.us/ZzIrU

Zhuang, Y., & Conner, A. (2022). Secondary mathematics teachers' use of students' incorrect answers in supporting collective argumentation. Mathematical Thinking and Learning, 1-24. https://doi.org/10.1080/10986065.2022.2067932